Originale Dissertation Ulrich Hütter.

Copie von DIN A4 Transparent-Papierblättern, beschrieben mit Schreibmaschine und mit Zeichnungen in Tusche

I N H A L T .

1) Aufgabenstellung — Blatt 3.

2) Die Energien des Luftmeeres — 6.

3) Die wirtschaftlichsten Hauptabmessungen — 16.

A) Die Kosten der Anlagen
B) Die Leistungsgrenze
C) Die Leistung einer Anlage
D) Der Wirtschaftlichkeitswert

4) Das Verhalten des Radelementes — 39.

A) Die Geschwindigkeiten
B) Der Leistungsbeiwert bei Reibungsfreiheit
C) Der Momentenbeiwert
D) Berücksichtigung der Reibung
E) Der Widerstandsbeiwert bezogen auf die Kreisfläche

5) Die Charakteristik des Rades — 54.

A) Die Bestimmung der Zusammenhänge zwischen λ_o, ξ, c_a und E.
B) Die Berücksichtigung des Abreissens der Strömung
C) Die Anwendung auf das ganze Rad

6) Das ganze Rad — 64.

A) Der Grundumriss
B) Die Beiwerte des ganzen Rades bei ∞ Blattzahl
C) Der Einfluss der stetigen Wirbelablösung
D) Die günstigste Blattzahl

E) Die Winkelverteilung über den Radius
F) Profile für Windradflügel

7) Durchführung der Messungen *Blatt 79.*

A) Windmessung

B) Leistungsmessung an einem Windrad-modell

C) Messung der Geschwindigkeitsverteilung im Abstrom

8) Zusammenfassung *91.*
Lichtbilder *und Beilagen.* *94.*
Verwendete Formelzeichen *100.*
Literaturverzeichnis. *103.*

1) Aufgabenstellung.

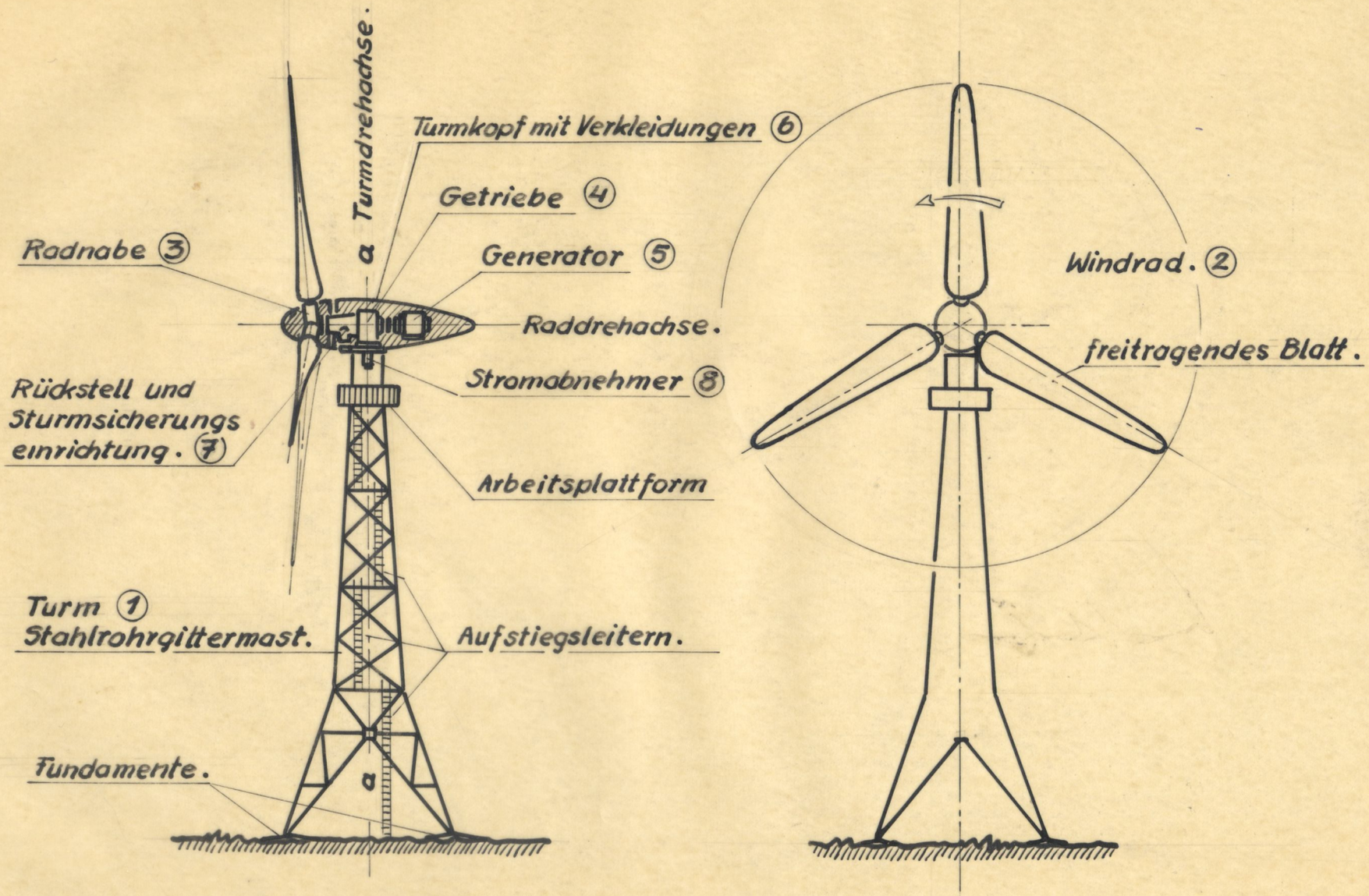
Ob Windenergieen ein Faktor in der Energie-Versorgung der Welt werden können, ist erstens eine Frage nach den vorhandenen und verfügbaren Energiemengen, zweitens eine Frage der Wirtschaftlichkeit der einzelnen Windkraftanlagen.
Die Menge der insgesamt vorhandenen Energie ist aus dem Wärmehaushalt der Atmosphäre gegeben, die Wirtschaftlichkeit der einzelnen Windkraftanlagen durch das Verhältnis des Aufwandes für deren Herstellung, Aufbau und Erhaltung zur gesamten Energieausbeute.

Für Windkraftanlagen fällt der Aufwand für die Gewinnung oder Sammlung des Energieträgers fort, der bei der Energieerzeugung aus Wasser, Kohle oder Oel den Hauptanteil ausmacht.
Ausserdem ist der Verteilungsaufwand sehr gering, denn kleine und kleinste Verbrauchergruppen können an Ort und Stelle Anlagen von erforderlicher Leistung erhalten. Energieträger ist der Wind. Daher ist es auch möglich Angaben von gewisser Allgemeingültigkeit zu machen über Abmessungen und Gestaltung von Windkraftanlagen höchster Wirtschaftlichkeit bei gegebenem grundsätzlichem Aufbau.

Es ist klar, dass man um zu konkreten Ergebnissen zu kommen sich hier von vornherein festlegen muss. Nun lässt sich leicht nachweisen, und das ist auch geschehen (Lit.1), dass das freifahrende Turbinenrad das wirtschaftlichste Mittel zur Umformung der Bewegungsenergie des Windes in eine technisch brauchbare Energieform ist.
Bei dem gegenwärtigen Stand der Technik ergibt sich also etwa folgender Anlagetypus.(Abb.1)

Der Turm (1) der als Stahlrohrgittermast ausgeführt ist, trägt den um eine senkrechte Achse a-a drehbaren Turmkopf (6) .
Das um eine horizontale Achse drehende Windrad beliebiger Blattzahl (2) mit aerodynamisch sorgfältig gestalteten, freitragenden Flügeln treibt über ein Getriebe (4) einen Generator (5) .

Es wird an Gleich- oder Drehstromerzeugung gedacht, wobei die Gleichstromanlage über einen Energiespeicher (z.B. Batterie), als Puffer, direkt den naheliegenden Verbraucher versorgen, die



Blatt 4.
Abbildg. 1.
Diss. U. Hütter

Drehstromanlage einem vorhandenen Netz angeschlossen sein möge. Die mechanische oder elektrische Rückstelleinrichtung (7) dreht über ein Getriebe den Turmkopf stets so, dass die Windradebene senkrecht zur Richtung des herrschenden Windes bleibt.

Zur Sicherung gegen Zerstörung der Anlage durch Stürme wird bei Überschreiten einer bestimmten Windgeschwindigkeit die Radebene soweit aus dem Winde gedreht, dass die Luftkräfte am Rad, sowie die Leistung des Rades bestimmte gegebene Werte nicht überschreiten.

Es ist das Ziel der vorliegenden Arbeit für diesen Anlagetypus die Abmessungen und Formen zu bestimmen und in möglichst allgemeiner Form festzulegen, die dessen höchste Wirtschaftlichkeit ergeben. Dabei ist die Aufgabe vorwiegend als aerodynamisches und konstruktives Problem behandelt. Es soll damit der Versuch gemacht werden den Bereich abzugrenzen, der bei sofortiger, praktischer Inangriffnahme der Energieversorgung vor allem energiewirtschaftlich unerschlossener Gebiete, bearbeitet werden muss.

Türme (Hochspannungsmaste, Funktürme), Generatoren und Getriebe sind für die verschiedenen Betriebsbedingungen längst zur Betriebsreife entwickelt. Daher konzentriert sich die Aufgabe nach der Bestimmung der wirtschaftlichsten Abmessungen auf die Schaffung von Unterlagen für die Gestaltung der Windräder selbst. Die Grösse der Energieausbeute einer Anlage mit einem Windrad von gegebenem Leistungsbeiwert bei gegebener Windhäufigkeit ist eine Frage der richtigen Abstimmung des Rades auf die gegebene elektrische Maschine. Für den Entwurf der Gesamtanlage ist daher die Kenntnis der Charakteristik des Rades erforderlich, für die eine Möglichkeit einer theoretischen Vorausberechnung ohne allzugrossen Aufwand wünschenswert ist, schon deshalb, weil dadurch auch die Ergebnisse von Messungen an Windradmodellen besser gedeutet werden können.

Angaben über die Grösse der Leistung, die auf der ganzen Erde aus dem Wind entnommen werden könnte, werden immer sehr hypothetisch bleiben. Es lässt sich jedoch aus der gemessenen Strahlungsbilanz und aus der gemessenen mittleren Geschwindigkeits- und Massenverteilung der Luft über der Höhe, die Grössenordnung der mindest vorhandenen Leistungsmenge abschätzen. Von der gesamten Energie der die Erde treffenden kurzwelligen extraterristischen Strahlung werden nach R.Süring (Lit.15) in der Atmosphäre 58% umgesetzt, und zwar wird ein Teil der Strahlungsenergien (15%) von der Atmosphäre direkt absorbiert, ein Teil (43%) von der Erdoberfläche, die ihrerseits wieder die auf ihr ruhende Luft durch Konvektion mit 35% der absobierten Strahlungsenergie heizt, sowie langwellige Wärmestrahlen aussendet.

Die räumlich ungleichmässige Erwärmung der Luft hat Dichteunterschiede zur Folge und es entstehen Druckgefälle, die Bewegungen der gewaltigen Luftmassen hervorrufen. Durch innere Reibung der mit verschiedener Geschwindigkeit aneinander vorbeigleitenden Luftmassen (von R.Süring als "Scheinreibung" bezeichnet, in der Aerodynamik durch Schubkraft $dT = \mu \cdot \frac{dv}{dh} \cdot dF \quad [kg]$ definiert), sowie durch die Reibung an der Erdoberfläche wird die Bewegungsenergie der Luftzirkulation wieder in Wärmeenergie umgesetzt und in den Weltraum zurückgestrahlt.

Die Grössenordnung der Leistung, die aufgebracht werden muss, um den wechselvollen Bewegungszustand der Atmosphäre trotz der Reibung aufrechtzuerhalten, wird von Süring mit 2% der entnommenen Energie angegeben. Der Rest wird zur Erhöhung der inneren Energie aufgewendet und geht als langwellige Strahlung wieder in den Weltraum verloren.
D e r W i n d i s t a l s o e i n e D u r c h g a n g s f o r m d e r S t r a h l u n g s e n e r g i e .

Die Solarkonstante, d.i. die im Mittel pro qcm und Minute zugestrahlte Energiemenge beträgt

$$L_o = 1{,}94 \ gr\,cal\,cm^{-2}\,sec^{-1} = 1{,}352 \cdot 10^{-4} \ KW\,cm^{-2}$$

Die Atmosphäre erhält also insgesamt

$$L_A = 0{,}58 \cdot 1{,}352 \cdot 10^{-4}\, D^2_{ERDE} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot = 10^{14} \quad KW$$

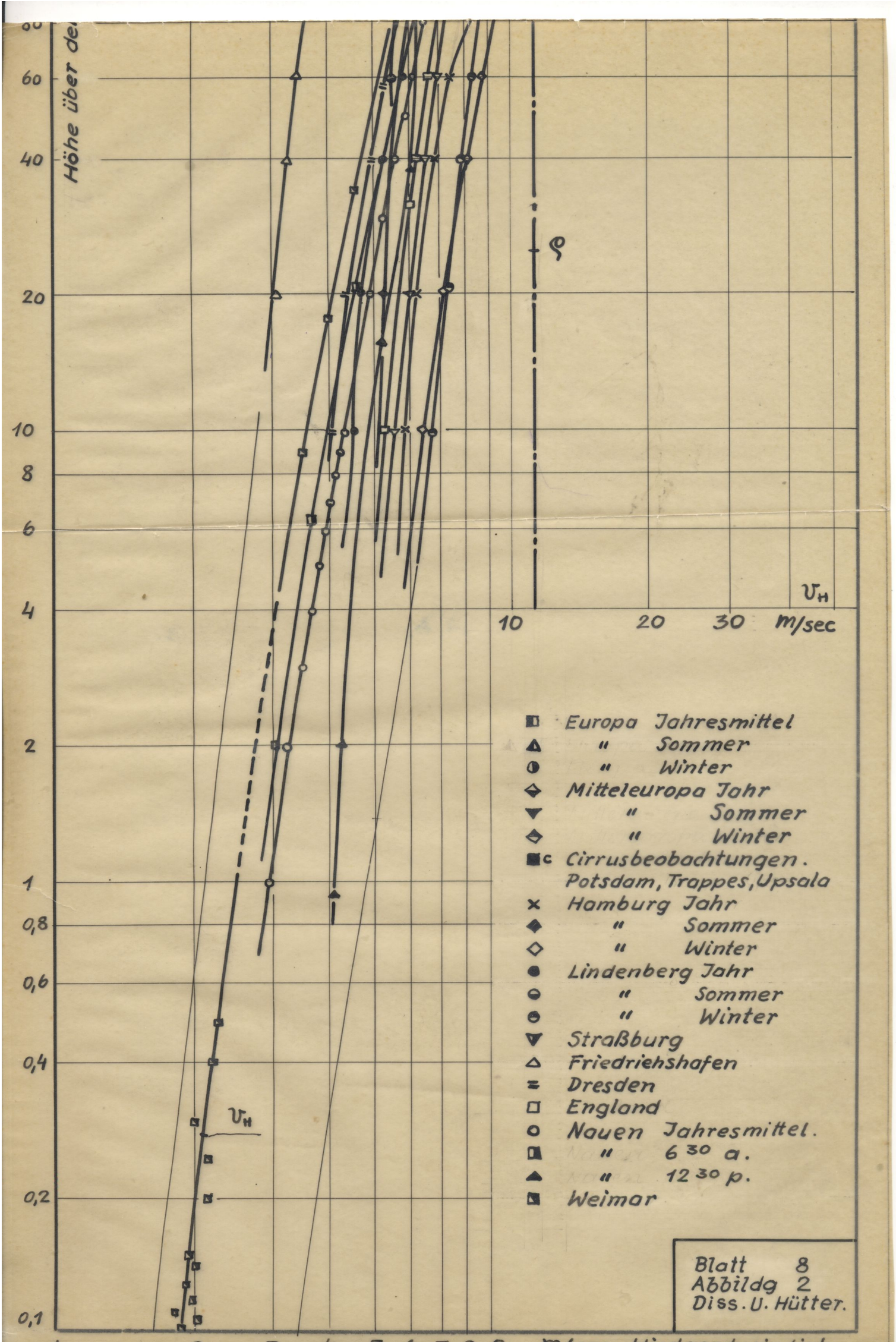
davon werden zur Erhaltung des Bewegungszustandes aufgewendet

$$\boxed{L'_A = 2 \cdot 10^{12} \quad KW} \qquad (1)$$

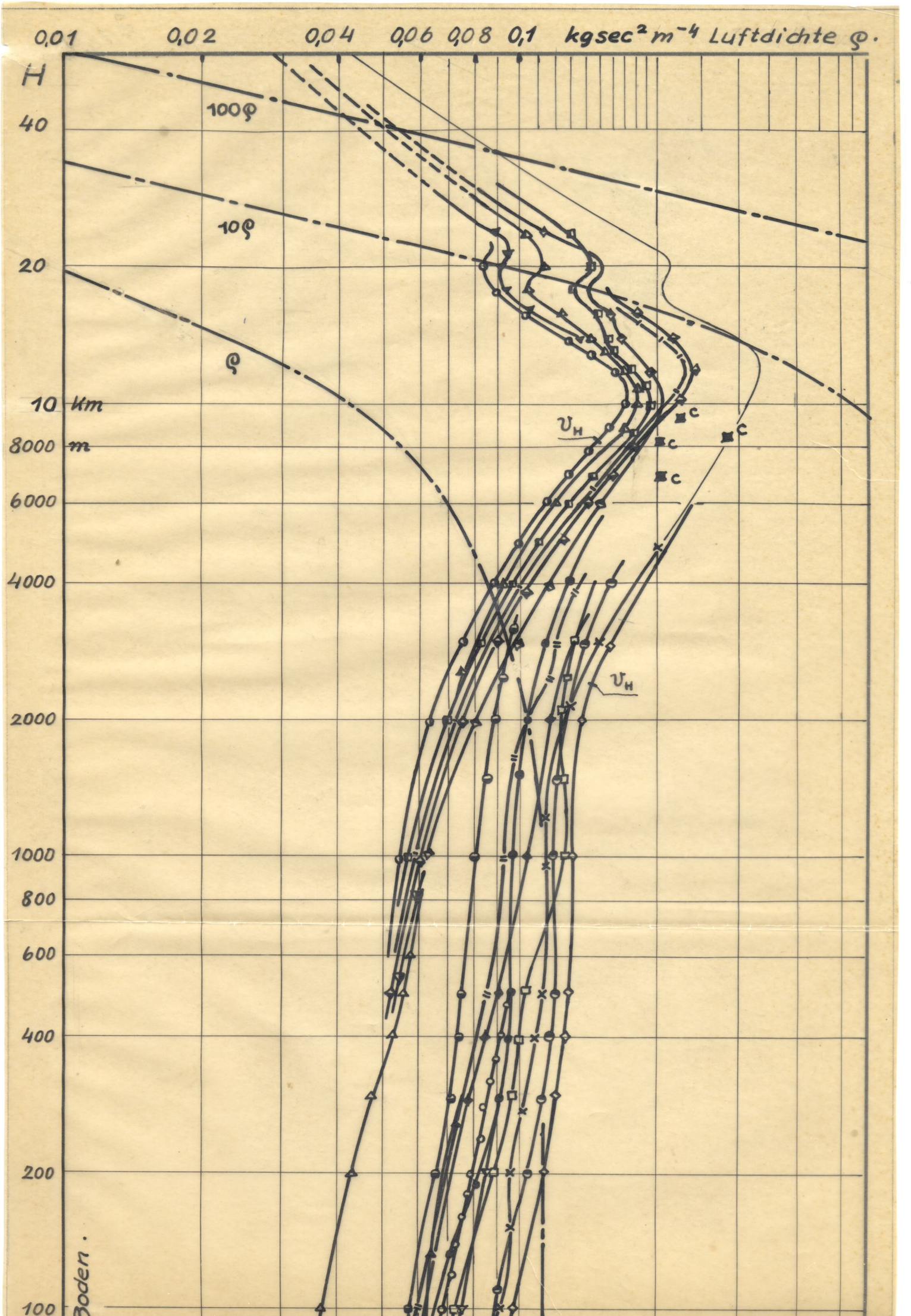
Da eine Energieausbeute nur in den Teilen der Kontinente Sinn hat, die eine gewisse Mindest-Siedlungsdichte aufweisen, kann nur mit einem Teil der Erdoberfläche gerechnet werden. Dabei ist zu berücksichtigen, dass auch die Bewegungsenergie der Luftmassen ausgenützt werden kann, die ihre Energie in unbesiedelten Gebieten oder über See aufgenommen haben. Zur Berücksichtigung dieser Umstände wird die gesamte Windenergie mit einem Faktor $0 \leqq K_S \leqq 1$ multipliziert.

Es liegen nur wenige Messungen der Windgeschwindigkeit bis in grosse Höhen vor, deren Werte zwar etwas voneinander abweichen, die aber alle den gleichen typischen Verlauf zeigen. (Lit.3, 5 und 15 bis 19).

Die Messung der Windgeschwindigkeit in grossen Höhen wurde vorwiegend durch Vermessung der Aufstiegsbahn von Pilotballonen mit Theodoliten durchgeführt. Voraussetzung für diese Meßmethode ist klare Sicht, also eine bestimmte Wetterlage. Messungen vom Flugzeug aus, die bei jeder Wetterlage durchgeführt wurden, haben gezeigt, dass die mittlere Windgeschwindigkeit in grossen Höhen um etwa 7% grösser ist als die aus Pilotballonenmessungen gefundenen Mittelwerte .(Lit.17)
Durch Anvisieren von Cirruswolken ermittelte Windgeschwindigkeiten in Höhen zwischen 6 und 1o km ergaben noch höhere Mittelwerte. Cirrusbeobachtungen sind fast bei jeder Wetterlage möglich. Es genügt der Durchblick auf eine Cirrusdecke durch ein Wolkenloch. (Georgii, Flugmeteorologie Seite 90 Lit.19) (Abb.2).



Blatt 8
Abbildg 2
Diss. U. Hütter.


0,01
0,02
0,04
0,06
0,08
0,1
kgsec² m⁻⁴ Luftdichte ϱ.
H
40
20
10 km
8000 m
6000
4000
2000
1000
800
600
400
200
100
100ϱ
10ϱ
ϱ
v_H
v_H
C
C
C
C
Boden.

Die nutzbare Windleistung pro Durchflussfläche beträgt

$$\frac{dL_H}{dF} = v_H^3 \frac{\varrho_H}{2} \eta_N = l_H \qquad (2)$$

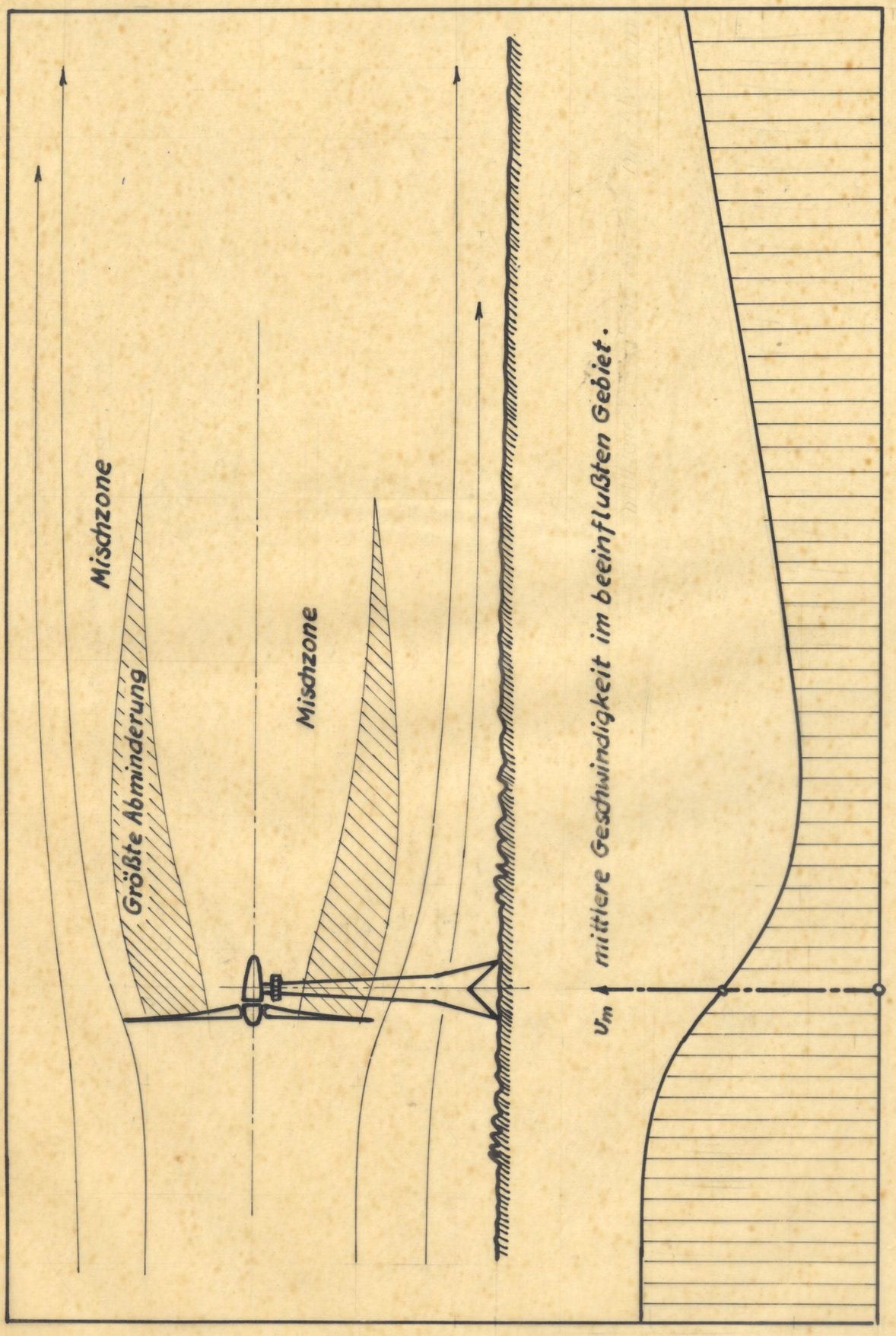
η_N ist der Nutzungswirkungsgrad. Er wird mit o,4 angenommen, es werden also nur die tatsächlich verfügbaren Energiemengen ermittelt. Wegen der Abnahme der Luftdichte mit der Höhe nimmt oberhalb von 1o km über NN - trotz grosser Windgeschwindigkeiten, die dort noch vorhanden sind - der Leistungsinhalt stetig ab.

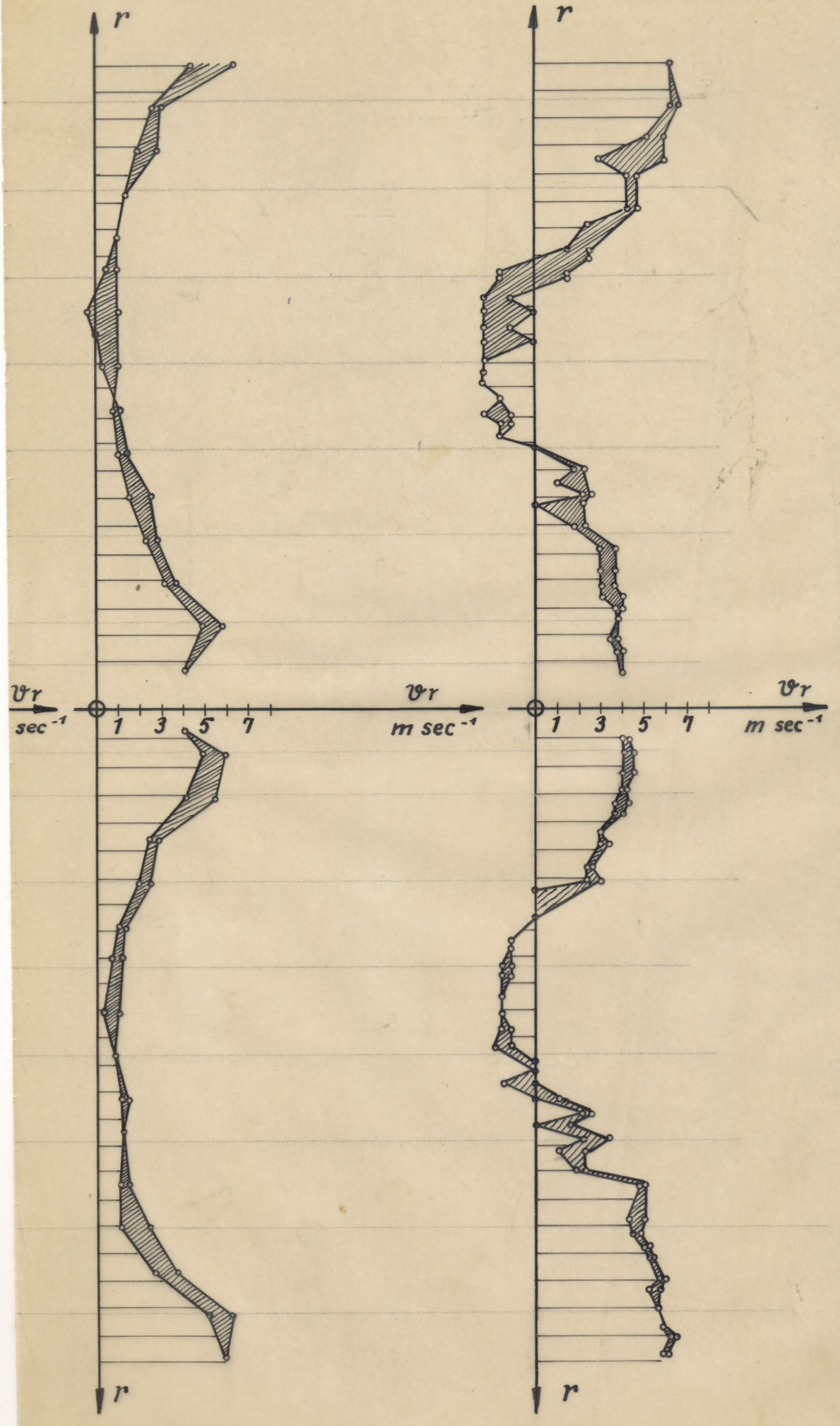
Die Energiemenge, die der Atmosphäre entnommen werden kann, hängt von der Höhe H_n ab, bis zu der sich die Energieentnahme erstreckt. Dabei ist zu berücksichtigen, dass durch Anordnung mehrerer Anlagenreihen hintereinander die Entnahme sich bis in eine Höhe erstrecken kann, die grösser ist als die maximale Höhe der einzelnen Anlage. $H_N > H_A$! denn die Abminderung der Windgeschwindigkeit in einem gewissen Höhenbereich hinter der Anlage wird rasch durch Energieaufnahme aus schneller strömenden, also vorwiegend höher liegenden, energiereicheren Schichten ausgeglichen. (Abb.3 und 4) Am besten wird wohl die Anordnung in mehreren ziemlich dichten Reihen senkrecht zur herrschenden Hauptwindrichtung sein, wobei es zweckmässig sein dürfte, durch längere Beobachtung in der in Betracht kommenden Zone nicht nur das polare Bild der Richtungshäufigkeit zu bestimmen, wie das z.B. bei Messungen zur Anlage von Flugplatzanlagen üblich ist, sondern auch das polare Bild der Häufigkeit des Windleistungsvektors. Es ist denkbar, dass beide Polardiagramme voneinander abweichen.

Man erhält als insgesamt tatsächlich verfügbare Leistung

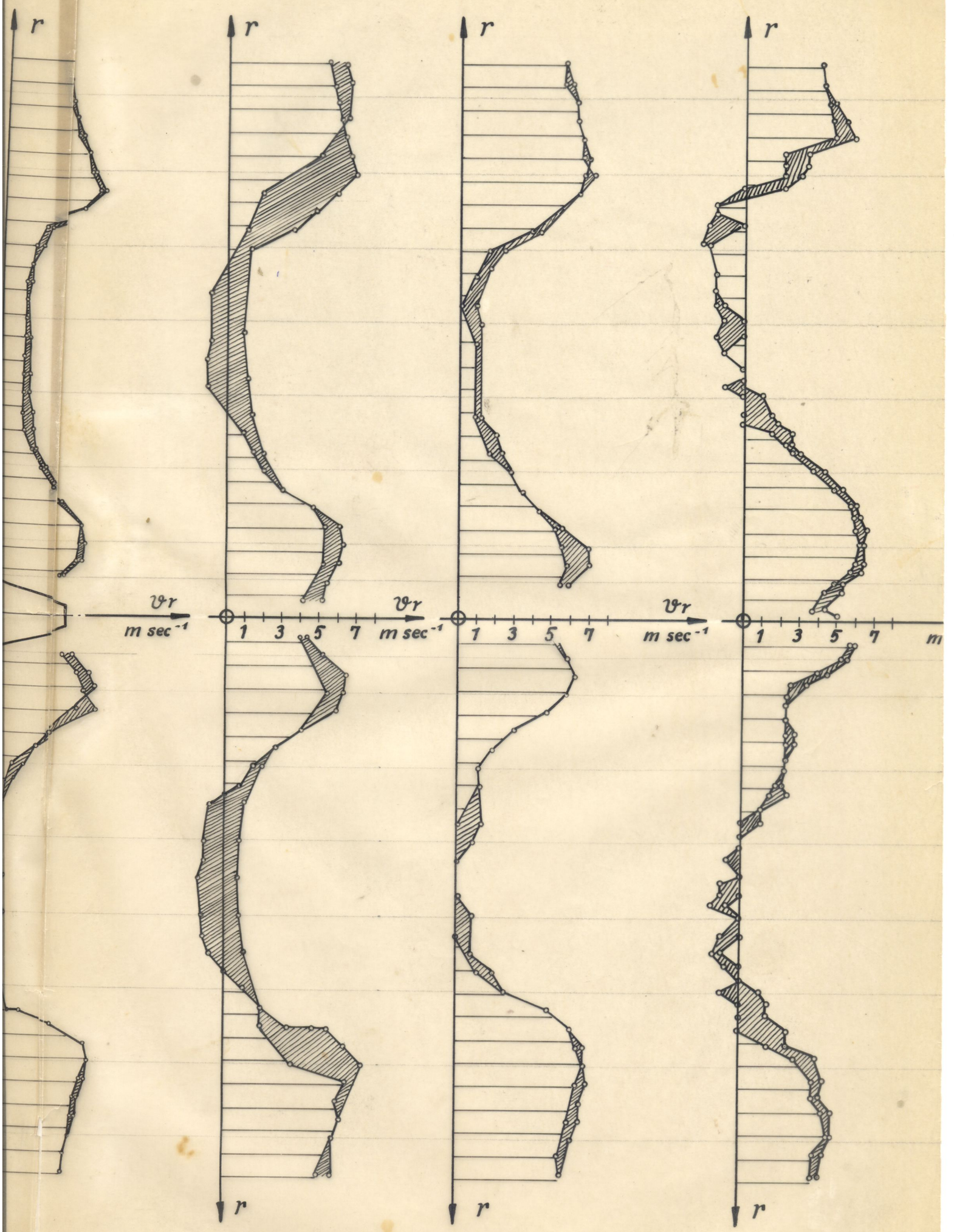
$$L_{WIND} = k_S \cdot L'_A \frac{\int_0^{H_N} l_H \, dH}{\int_0^{\infty} l_H \, dH} \qquad [KW] \qquad (3) \quad (Abb.6)$$

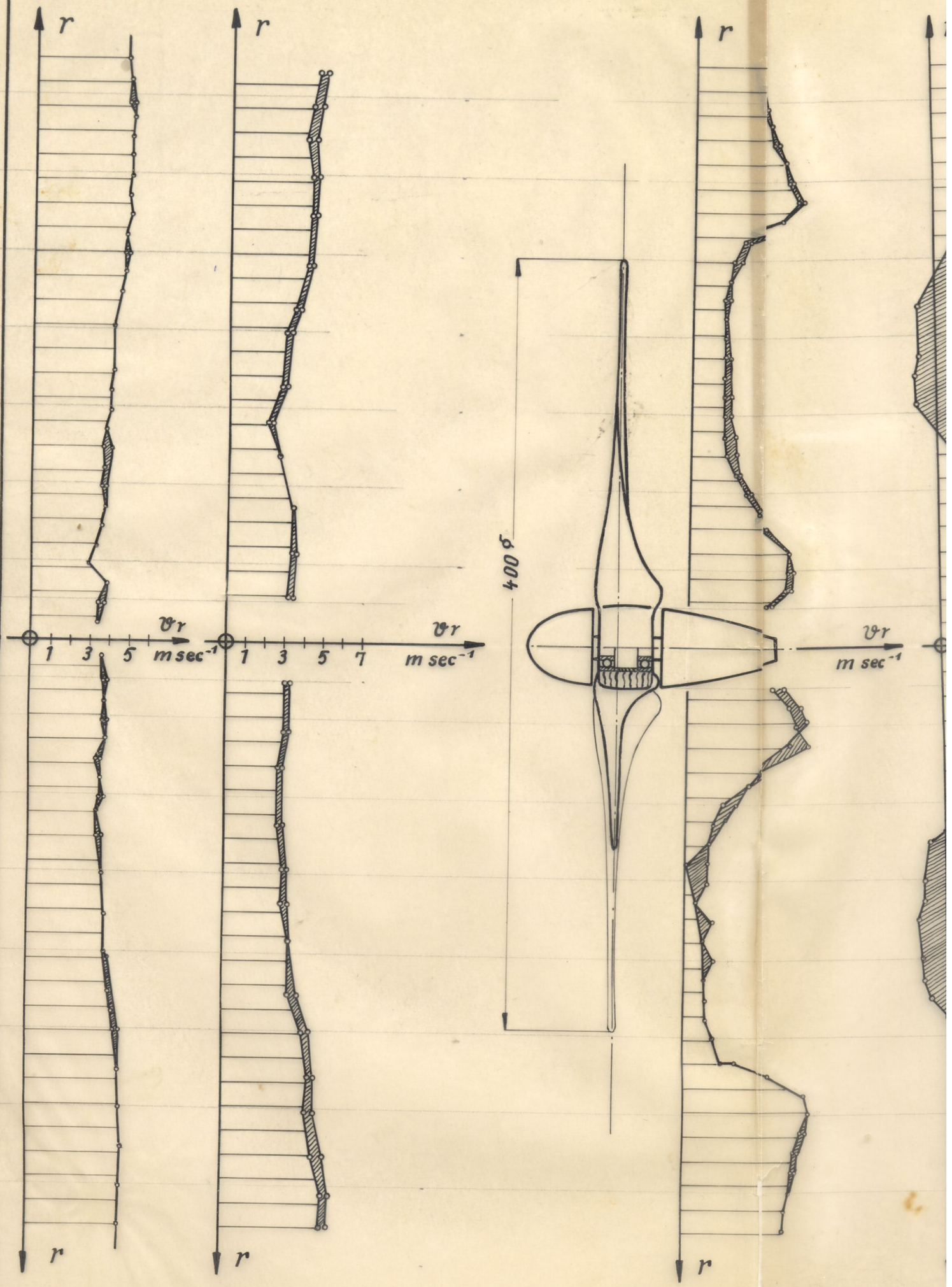
Blatt 1o.
Abbildg. 3.
Diss.U.Hütter



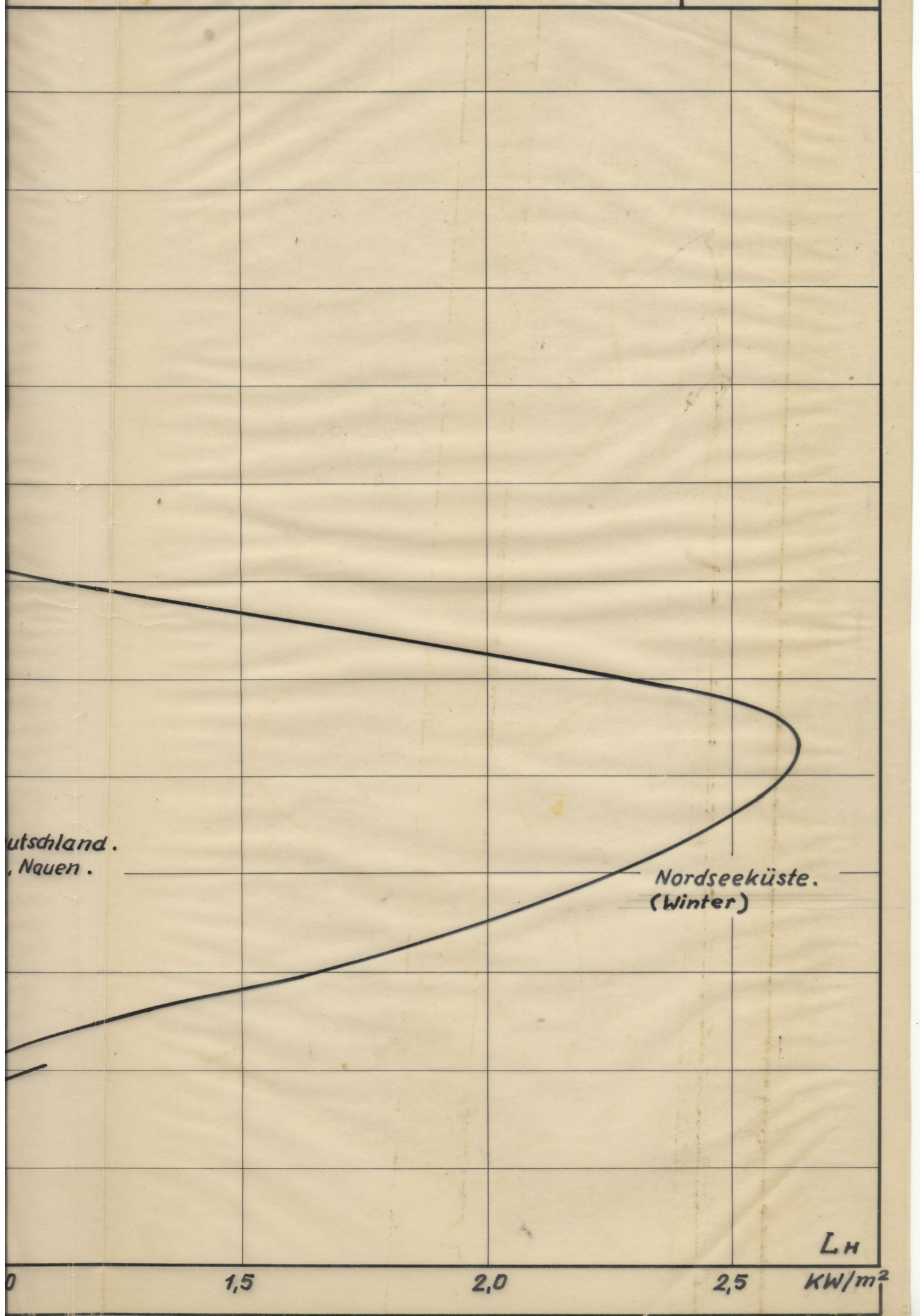


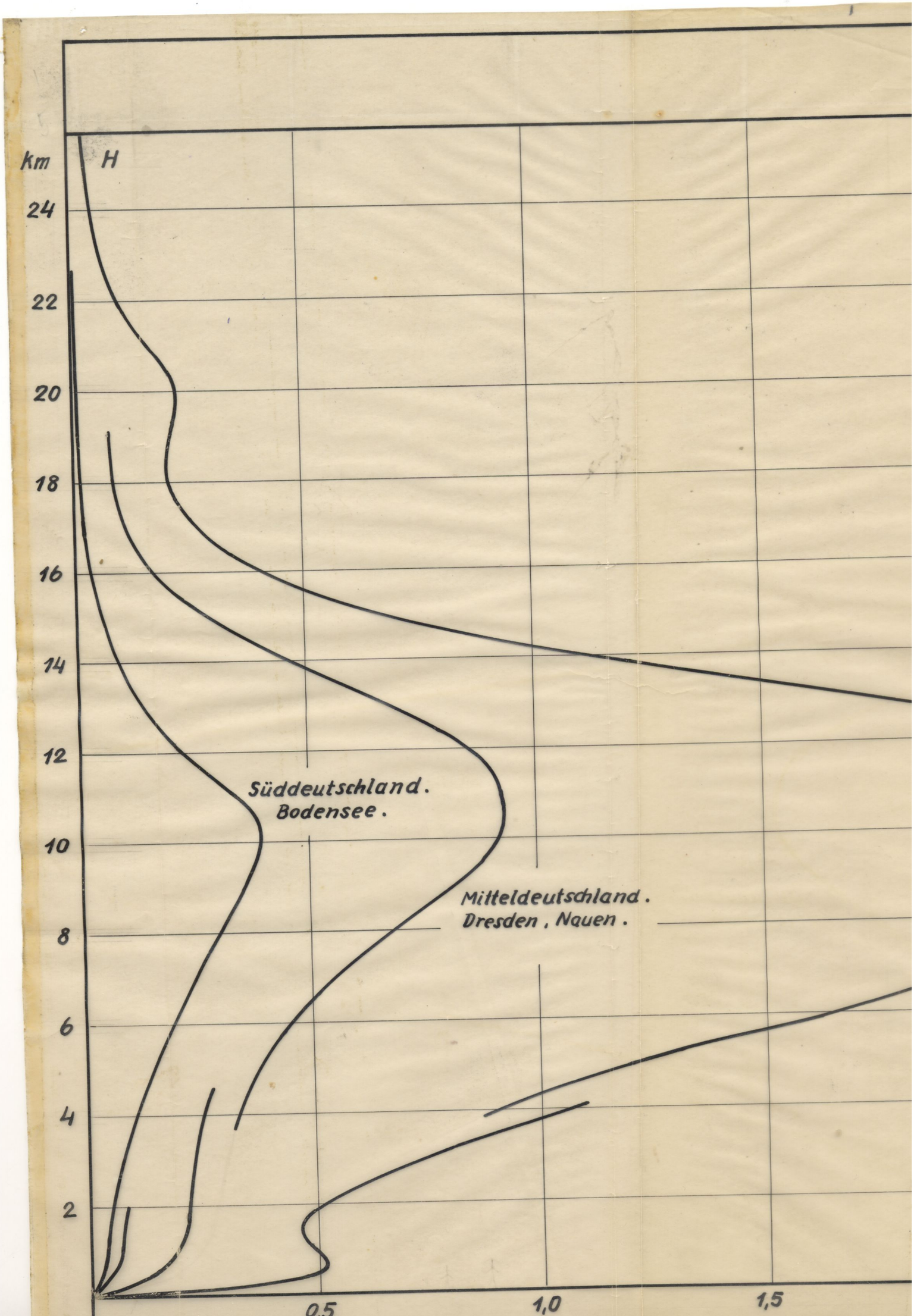
Blatt 11.
Abbildg. 4.
Diss. U. Hütter.


r
r
r
r
ϑr
m sec⁻¹
1 3 5 7
ϑr
m sec⁻¹
1 3 5 7
ϑr
m sec⁻¹
1 3 5 7
m
r
r
r
r

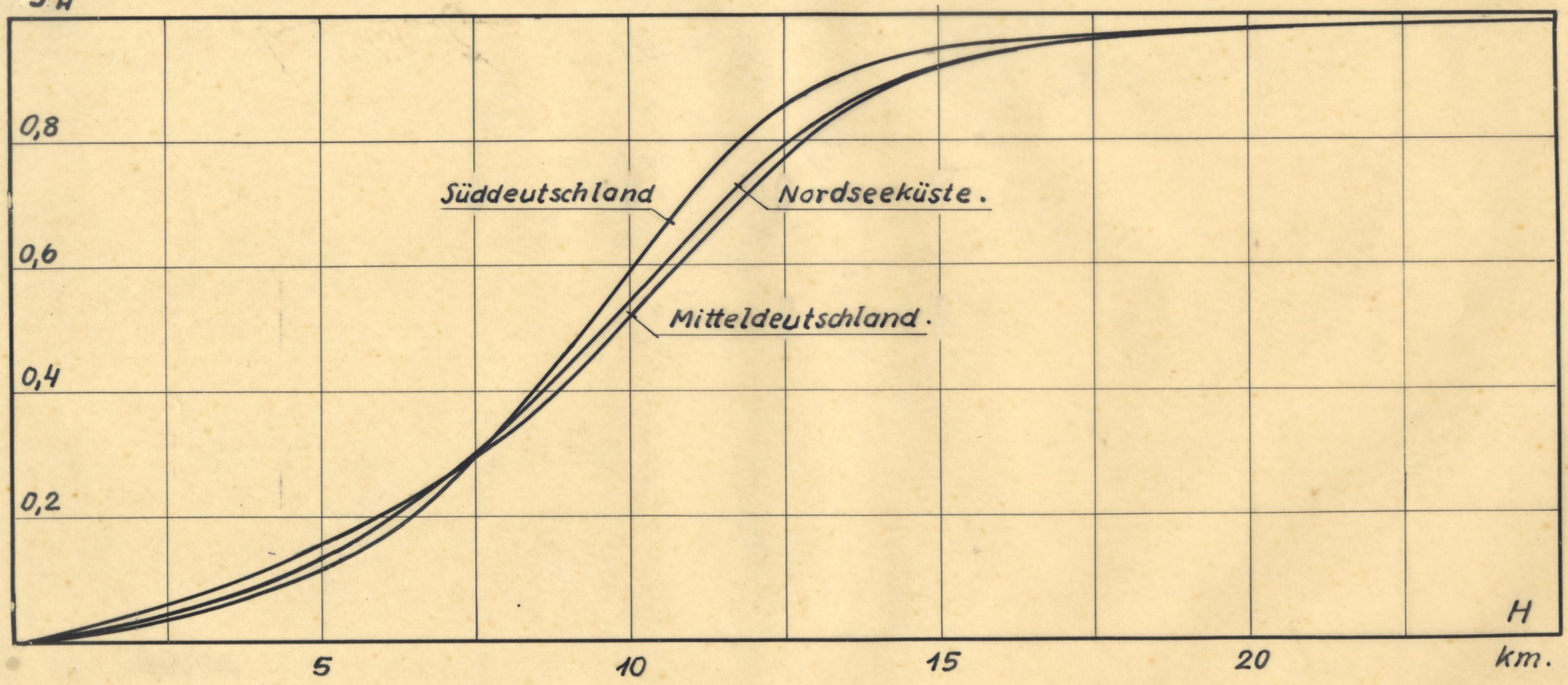

r
r
r
r
r
r
ϑr
1 3 5 m sec^{-1}
ϑr
1 3 5 7 m sec^{-1}
400 φ
ϑr
m sec^{-1}

Blatt 12.
Abbildg 5.
Diss. U. Hütter.




km
H
24
22
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
Süddeutschland.
Bodensee.
Mitteldeutschland.
Dresden, Nauen.
0,5
1,0
1,5

$$g_H = \frac{\int_0^H L_H \, dH}{\int_0^\infty L_H \, dH}$$



Blatt 13.
Abbildg. 6.
Diss. U. Hütter

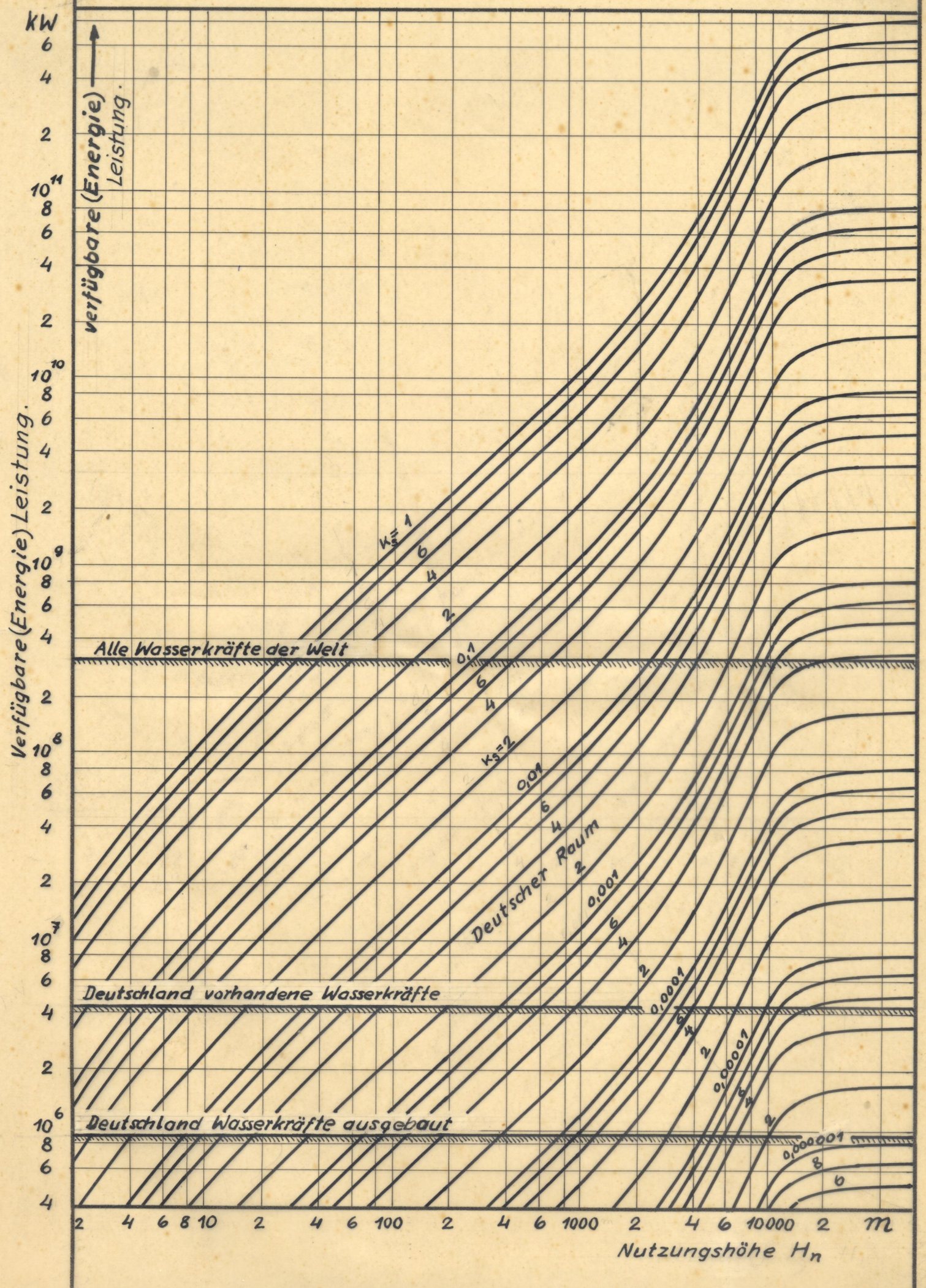
Diese Leistung ist eine Funktion der Höhe H_n

$$L_{WIND} = F(H_N)$$

(Abb.5,6 und 7)
Schon bei einem Ausbau bis zu einer durchaus nicht utopischen Nutzhöhe wird die Gesamtleistung aller, auch der noch unausgenützten Wasserkräfte der Welt erreicht (nach Lütgens $3{,}3 \times 10^8$ kW) (Lit.20)
Bei einem Ausbau bis in noch grössere Höhen stehen nahezu unbegrenzte Energiemengen, theoretisch bis zum 2ooo-fachen aller vorhandenen Wasserkräfte zur Verfügung.
Bei der zu diesem Ergebnis führenden Überlegung ist allerdings ein Umstand nicht berücksichtigt, nämlich der, dass jeder bedeutende Eingriff in die natürlichen Bewegungsvorgänge der Atmosphäre auch die Strahlungsenergiebilanz, also die Voraussetzungen von denen ausgegangen wurde, verändern würde. Für das praktische Ergebnis ist dies jedoch unbedeutend.

Das Ergebnis selbst enthält nur eine wesentliche Unsicherheit, die sich aus der Annahme des Prozentsatzes (2%) der in der Atmosphäre zur Erhaltung des Bewegungszustandes aufgewendeten extraterristrischen Strahlungsenergie ergibt.
Es ist jedoch die Wahrscheinlichkeit sehr gering, dass von der Atmosphäre weniger Energie als hier angenommen wurde, in Bewegungsenergie umgesetzt wird, sodass die hier angenommenen Zahlen wohl als untere Grenze der verfügbaren Energiemengen angesehen werden können.

Diss.U.Hütter. Abbildg. 7. Blatt 15.



Als Maß für die Wirtschaftlichkeit einer Anlage wird im folgenden der Kostenanteil bezogen auf die kW-Stunde verwendet, der sich aus der Amortisation der Anlagekosten bei 2o-jährigem Betrieb ergibt.

$$④ \qquad w = \frac{K_A}{n \cdot L_m} \quad RM(kWh)^{-1} \quad oder \quad Pfg(kWh)^{-1}$$

Darin sind K_A die Kosten der Anlage RM. oder Pfg
L_m deren mittlere Leistung kW
n die Zahl der Betriebsstunden in 2o Jahren

$$n = 1{,}75 \cdot 10^5 \text{ Stunden.}$$

Da es hier nur auf einen Vergleich verschiedener Anlagen untereinander ankommt, wird der Idealfall angenommen, dass die ganze anfallende, also erzeugte Energie auch abgenommen wird.
Aus dem gleichen Grunde erscheinen die Aufwände für Instandhaltung und Wartung der Anlagen, sowie Kapitalzinsen, Preis des Grundstücks, auf dem die Anlage stehen soll, u.s.w. nicht in der Rechnung.

Auch die Kosten des Energiespeichers sind nicht berücksichtigt. Abgesehen davon, dass die Grösse des Speichers von den besonderen, örtlich bedingten Verhältnissen abhängt, ist auch weder ein Abschluss in der Entwicklung der Speicher zu sehen, noch eine Klärung der Frage, ob überhaupt Speicher verwendet werden und wenn ja, welcher Art diese sein sollen.

A) Die Kosten der Anlage.

Die Kosten der Anlage werden in vier grosse Gruppen eingeteilt:

K_R Windrad mit Nabe
K_{GG} Generator, Getriebe, Rückstelleinrichtung, Turmkopfverkleidungen
K_T Turm mit Fundamenten
K_M Antransporte, Montage

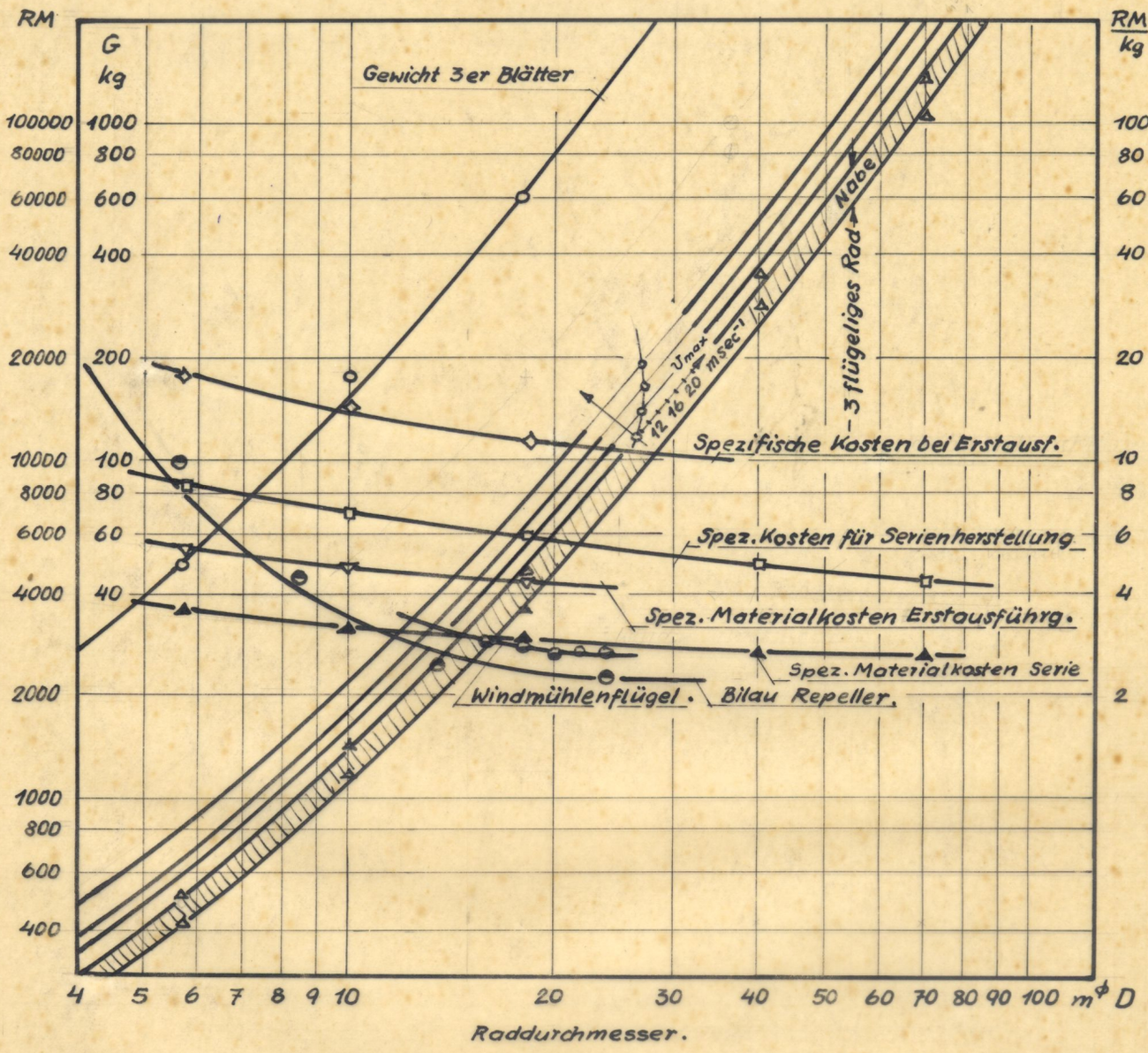
Für die Bestimmung von K_R lag die Erfahrung beim Bau von 5 Rädern von 3,2 bis 26 m$^{\phi}$ Durchmesser in Holzbauweise vor. (Beilage 1). Der Preis der Räder war allerdings nur für die Erstausführung gegeben, für Serienherstellung der Blätter wurde er auf Grund der gewonnenen Bauerfahrungen kalkuliert.

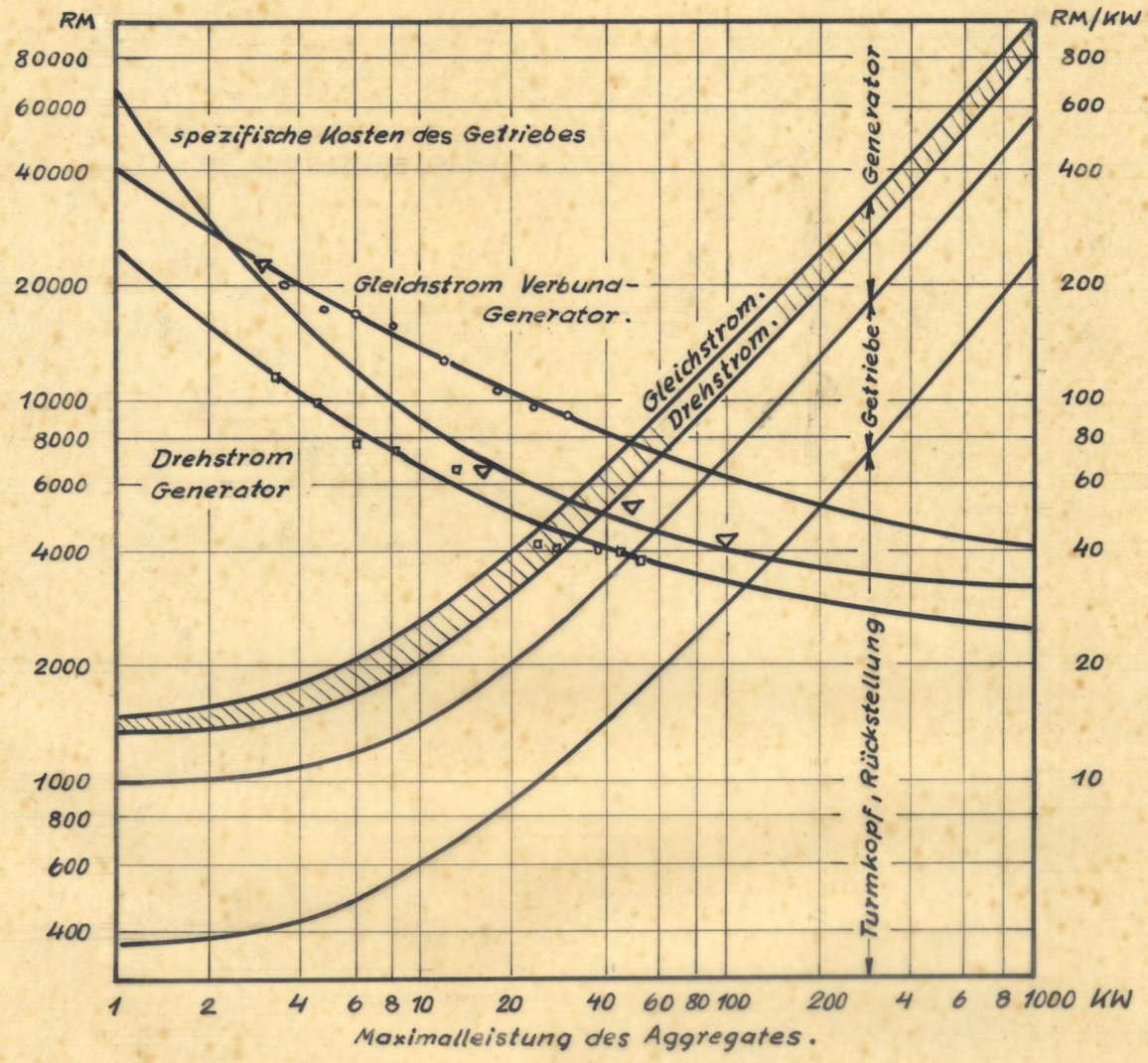
Um über den Kostenanstieg der Räder auch bei grösseren Durchmessern Anhaltspunkte zu gewinnen, wurden die Gewichte zweier Räder von 40 und 70 m Ø durch deren detaillierten Entwurf bestimmt und hierauf die Preise auch dieser Räder kalkuliert. Angaben aus der Literatur (Hammel, Bilau -Lit.4,10) gaben weitere Anhaltspunkte.

Die Gewichte und damit die Preise der Räder sind, ausser vom Durchmesser, auch von der Grösse der Geschwindigkeit v_{max} abhängig, bei der die Anlage zur Sicherung gegen Zerstörung ausgeschaltet wird.
Erhöhte Blattfestigkeiten und der damit verbundene Gewichtsanstieg sind allerdings erst ab $v_{max} > 9\ m\,sec^{-1}$ erforderlich, weil bis zu dieser Geschwindigkeit die Biegemomente am Blatt bei schwerstem Sturm ($v_{Sturm} \sim 40\ m\,sec^{-1}$) auch bei beigedrehtem Rad grösser sind, als die im Betrieb bei den höchsten Geschwindigkeiten auftretenden. (Abb. 8.)

Die spezifischen Preise für Generatoren und Getriebe wurden nach Angaben der Firmen Siemens-Schuckert-Werke AG und AEG, Allgemeine Elektrizitätsgesellschaft (Generatoren), sowie Eisenwerk Wülfel, Hannover-Wülfel (Getriebe) eingesetzt.
Dabei war zu beachten, dass Generatoren und Getriebe für die Grenzleistung der Anlage bemessen werden mussten, also für die Leistung, bei der $v_o = v_{max}$ ist. Es konnten dann allerdings hohe Zahndrücke und thermische Belastungen in Kauf genommen werden, da dieser Fall nur kurzzeitig und über einen geringen Prozentsatz der gesamten Betriebszeit zu erwarten ist.(Abb. 9)

Die Kosten der Rückstelleinrichtung, der Maschinenfundamente, des Kugeldrehkranzes und der Verkleidungen des Kopfes wurden nach Erfahrungen, die bei der Herstellung von 4 Versuchsanlagen (Ventimotor Versuchsanlage) gewonnen worden waren, mit ~ 28%

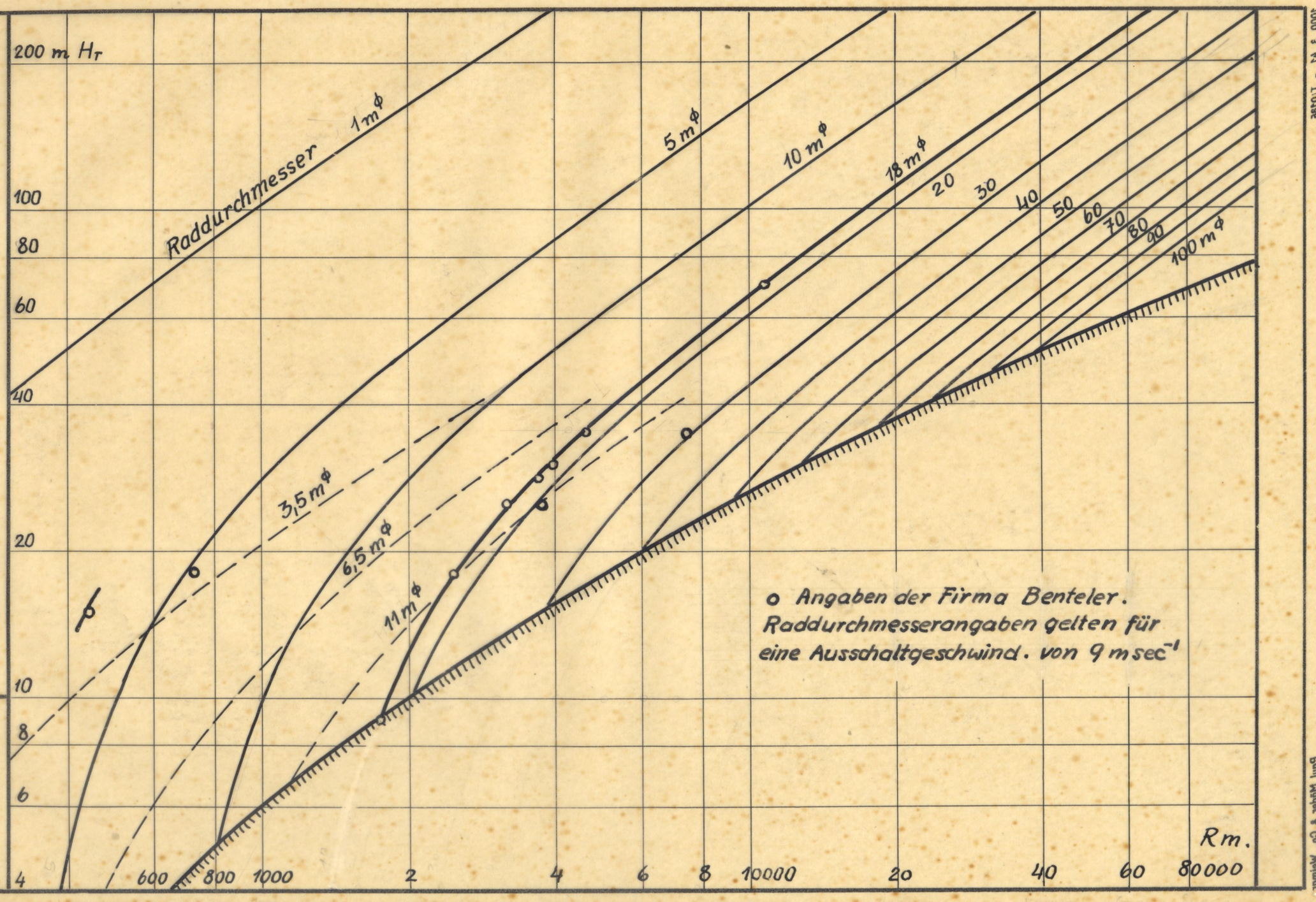

RM
G kg
RM kg
Gewicht 3er Blätter
3 flügeliges Rad
Nabe
v_{max} msec⁻¹
12 16 20
Spezifische Kosten bei Erstausf.
Spez. Kosten für Serienherstellung
Spez. Materialkosten Erstausführg.
Spez. Materialkosten Serie
Windmühlenflügel.
Bilau Repeller.
100000 80000 60000 40000 20000 10000 8000 6000 4000 2000 1000 800 600 400
1000 800 600 400 200 100 80 60 40
100 80 60 40 20 10 8 6 4 2
4 5 6 7 8 9 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 mϕ D
Raddurchmesser.



Rein Leistungsabhängige Kosten einer Anlage.

▽ Nach Angaben der Firma Wülfel Hannover

○ } Nach Angaben der Firmen Siemens Schuckert Werke A.G.
□ } und AEG Allgem. Elektrizitäts Gesellschaft.



Blatt 20.
Abbildg. 10.
Diss. U. Hütter

1000 3. 41. - 10.48
Carl Ludwig & Co. Weimar.

der Kosten von Generator und Getriebe angenommen.

K_T war aus detaillierten Entwürfen von Türmen verschiedener Höhe und für verschiedene horizontale Zugkräfte am Turmkopf von der Firma Benteler-Bielefeld zu entnehmen.
Die Turmkosten sind direkt proportional dem Gewicht des Turmes. Der Gewichts- und Kostenanstieg der Türme ist ungefähr proportional der o,5.Potenz der horizontalen Zugkraft am Kopf. Das erklärt sich daraus, dass ausser dieser Kraft auch noch das Eigengewicht des Turmes und der Winddruck auf den Turm selbst beim Entwurf des Turmes berücksichtigt sind. Die Grösse dieser Zugkraft ist proportional dem Quadrat des Raddurchmessers und dem Quadrat der Windgeschwindigkeit in Turmkopfhöhe. (Abb.10.)

Der Aufwand für Montage und Antransporte wurde an den 8 Versuchsanlagen der Ventimotor GmbH mit rund 15% der gesamten Anlagekosten festgestellt. Es ist also bei der Bestimmung der gesamten Anlagekosten nur erforderlich, die Summe

$$K_R + K_{GG} + K_T$$

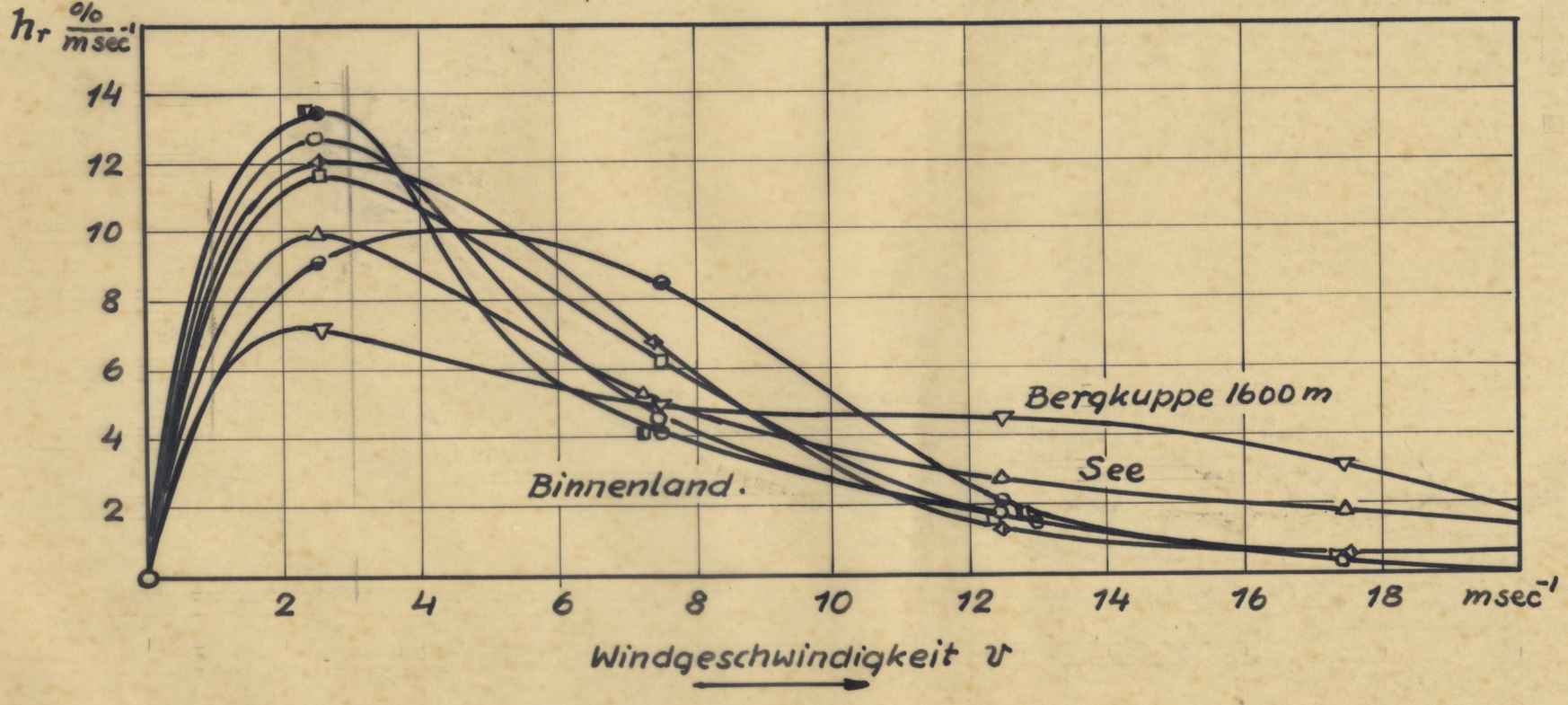
mit 1,15 zu multiplizieren.

$$K_A = (K_R + K_{GG} + K_T)\, 1{,}15 . \qquad (5)$$

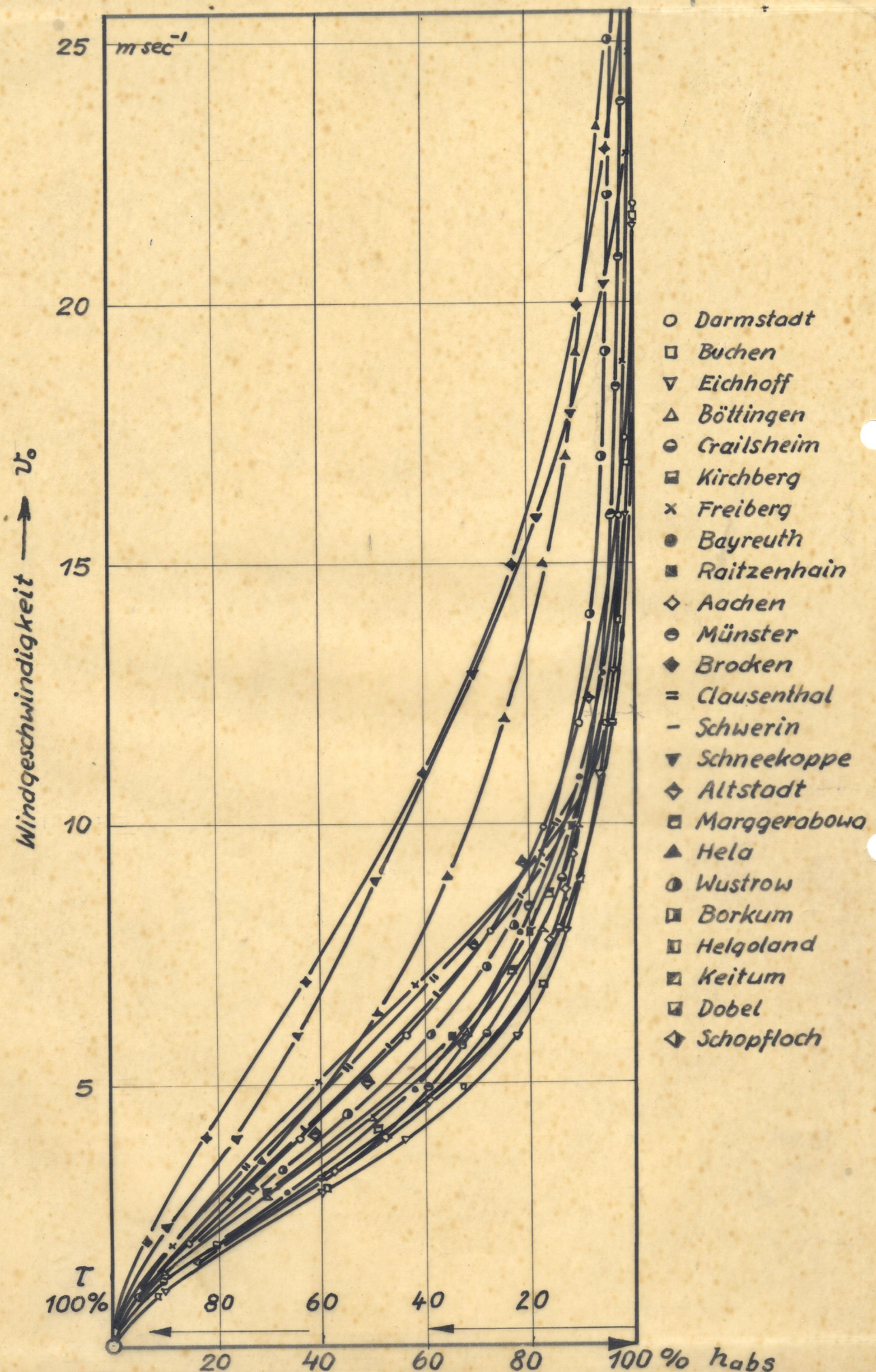
B) Die Leistungsgrenze.

In der Literatur sind zahlreiche Angaben zu finden über die relative Häufigkeit von Winden verschiedener Geschwindigkeit v_o (Lit.3,5 ü 19 und Abb.11) Aus den relativen Häufigkeitsangaben kann die absolute Häufigkeit bestimmt werden durch Integration bis zu der betrachteten Windgeschwindigkeit. Man erhält als Ergebnis die Windgeschwindigkeit über der Zeit, wobei als Zeitspanne die Zeit 1 gewählt ist, was irgendeine Zeiteinheit, also beispielsweise 1 Jahr bedeuten kann.(Abb.12.)
Aus der einer bestimmten Häufigkeitszahl entsprechenden Geschwindigkeit wird die Leistungshäufigkeit, also der Leistungsverlauf über der Zeit bestimmt. Man kann nun bei verschiedenen

○ Bayreuth.
▽ Schneekoppe.
□ Helgoland.
◆ Wustrow.
◓ Aachen.
◧ Schopfloch.
◒ Schwerin.
△ Hela.



Blatt 22.
Abbildg. 11.
Diss. U. Hütter


25
m sec⁻¹
20
15
10
5
τ
100%
80
60
40
20
Windgeschwindigkeit → v₀
20
40
60
80
100 % habs
Darmstadt
Buchen
Eichhoff
Böttingen
Crailsheim
Kirchberg
Freiberg
Bayreuth
Raitzenhain
Aachen
Münster
Brocken
Clausenthal
Schwerin
Schneekoppe
Altstadt
Marggerabowa
Hela
Wustrow
Borkum
Helgoland
Keitum
Dobel
Schopfloch

Geschwindigkeiten annehmen, dass von da an das Beidrehen der Anlage beginnt, wobei eine Leistungsregelung stattfinden möge, und zwar so, dass die Leistung der Anlage für die verbleibende Zeitspanne ohne Rücksicht auf die Windgeschwindigkeit konstant gehalten wird.
Die während eines Zeitraumes von 2o Jahren dem Winde entzogene Energie ist damit

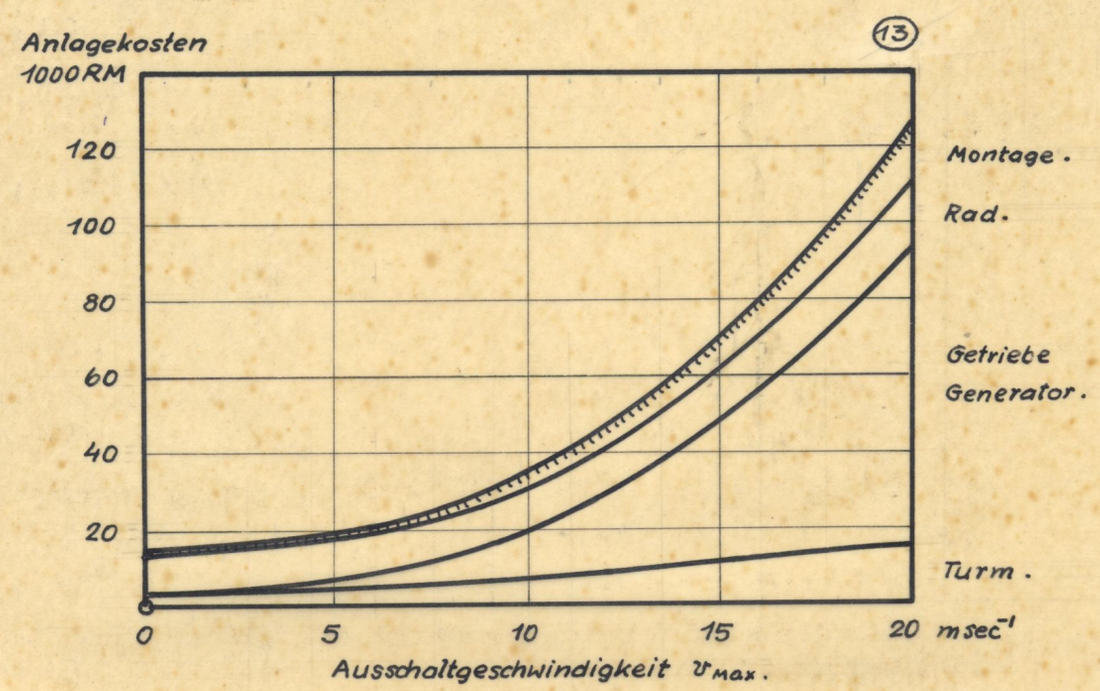
$$⑥ \qquad E = n\int_{o}^{L_{va}} (1-h_v)\,dL = f(v_a) \quad KWh .$$

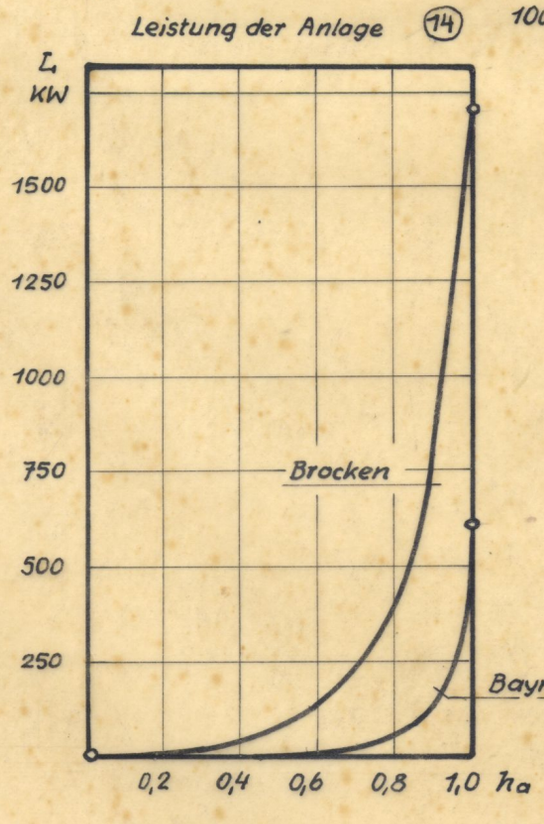
L Leistung
h_v Häufigk.wert.
$n = 1{,}75.10^5$

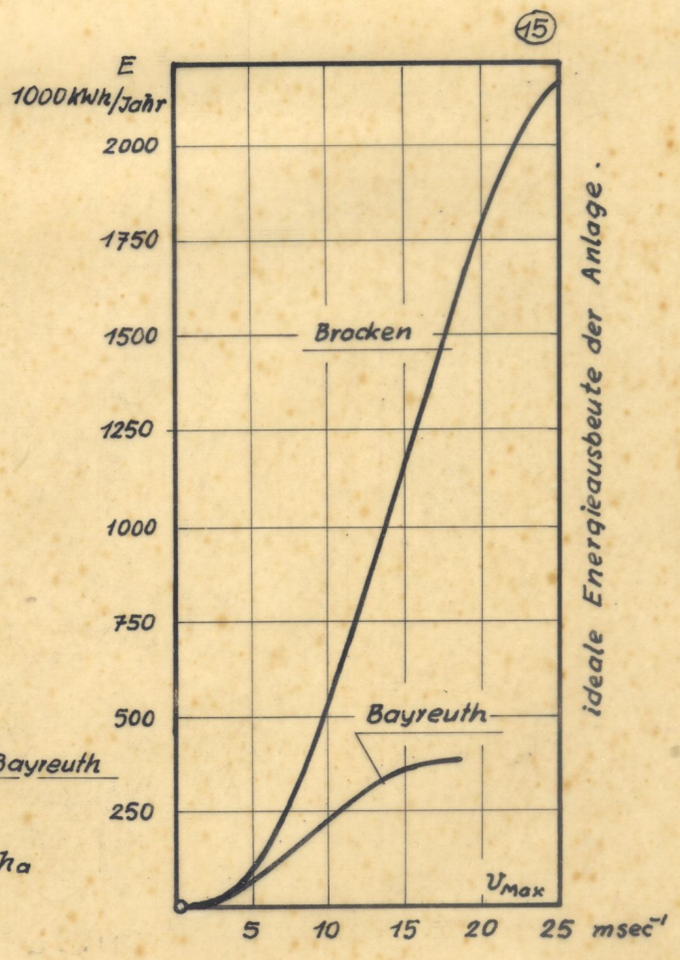
Die Grösse dieser Energie hängt ab von der Grösse der Geschwindigkeit, v_a, bei der der Ausrückvorgang einsetzt, und von der Windhäufigkeitskurve. Steigt die Grenzleistung, dann steigen auch die Kosten der Anlage, da mit zunehmender Leistung grössere Generatoren und Getriebe, sowie schwerere Räder und Türme erforderlich sind. Der Quotient aus den Anlagekosten und der anfallenden Energie, gibt den Wirtschaftlichkeitswert einer bestimmten Anlage als Funktion der Ausschaltgeschwindigkeit wieder. (Abb. 13 bis 16).

Die Durchführung dieser Rechnung für 2 extreme Grenzfälle (das windschwache Bayreuth und den sehr windreichen Brockengipfel) zeigt, dass das Optimum der Ausschaltgeschwindigkeit in beiden Fällen ausserordentlich flach und nicht weit auseinander liegt. Der Anstieg der spezifischen Kosten, ausgehend vom Optimum, ist bei kleiner werdenden Ausschaltgeschwindigkeiten grösser, als bei grösser werdenden. Er wird vor allem bei Ausschaltgeschwindigkeiten kleiner als 5 m/s unerträglich hoch. Es ist in diesem Ergebnis allerdings ein Umstand nicht berücksichtigt, nämlich der, dass die absolute Häufigkeit hoher Windgeschwindigkeiten gering ist. Da zurzeit die Möglichkeit, grosse Energiemengen auf längere Zeit zu speichern, nicht besteht, ist die Verwendungsmöglichkeit von Leistungsspitzen geringer, als die Verwendungsmöglichkeit durchschnittlicher Leistungen. Es wird daher zweckmässig sein, die kleineren Werte des flachen Optimums den grösseren Werten vorzuziehen. Damit ergibt sich eine maximale Ausschaltgeschwindigkeit von etwa 8-9 m/s für windschwache Gegenden und 9-11 m/s für windstarke Stellen.

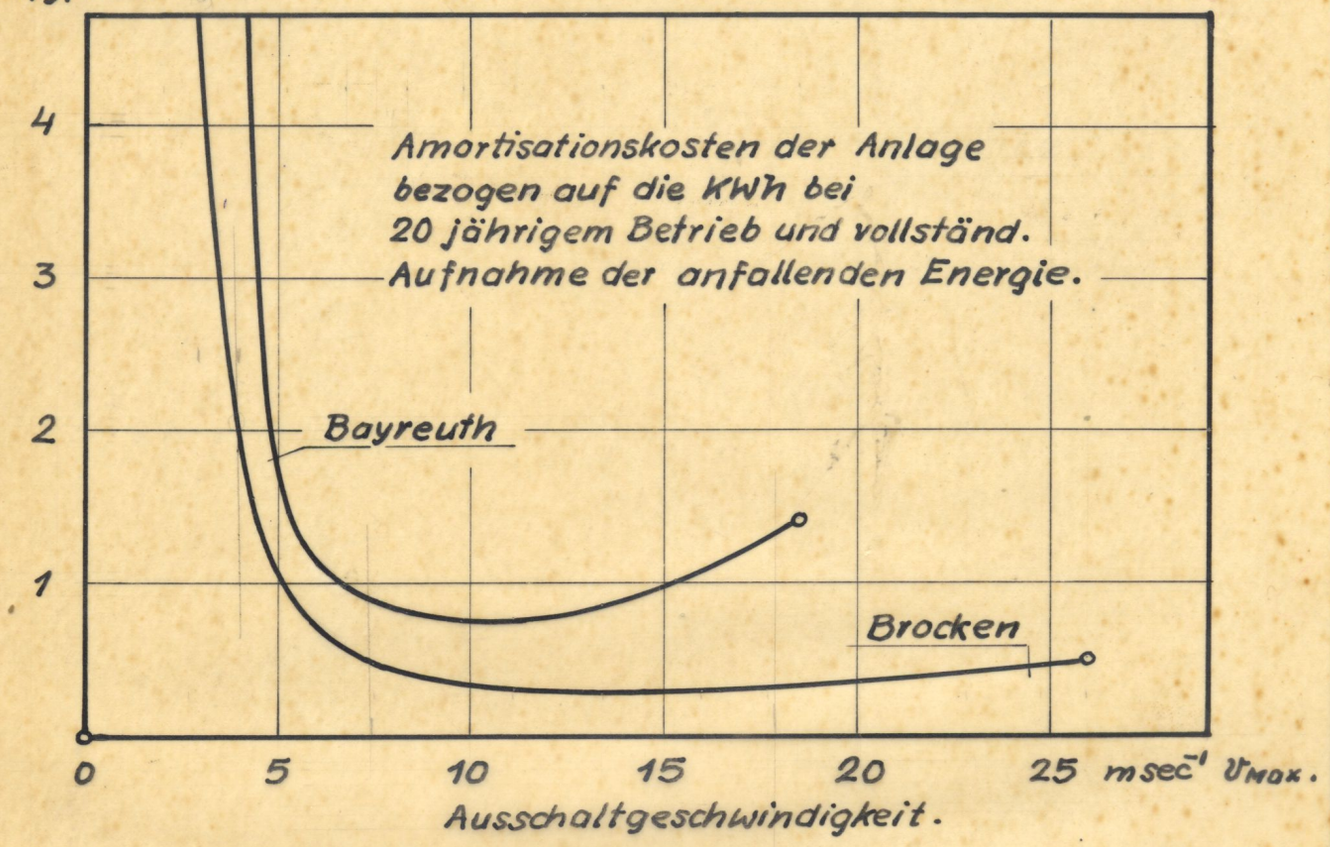
Die folgende Ermittlung ist durchgeführt für eine Anlage mit 35 m Turmhöhe H_T und 25 m Raddurchmesser D.



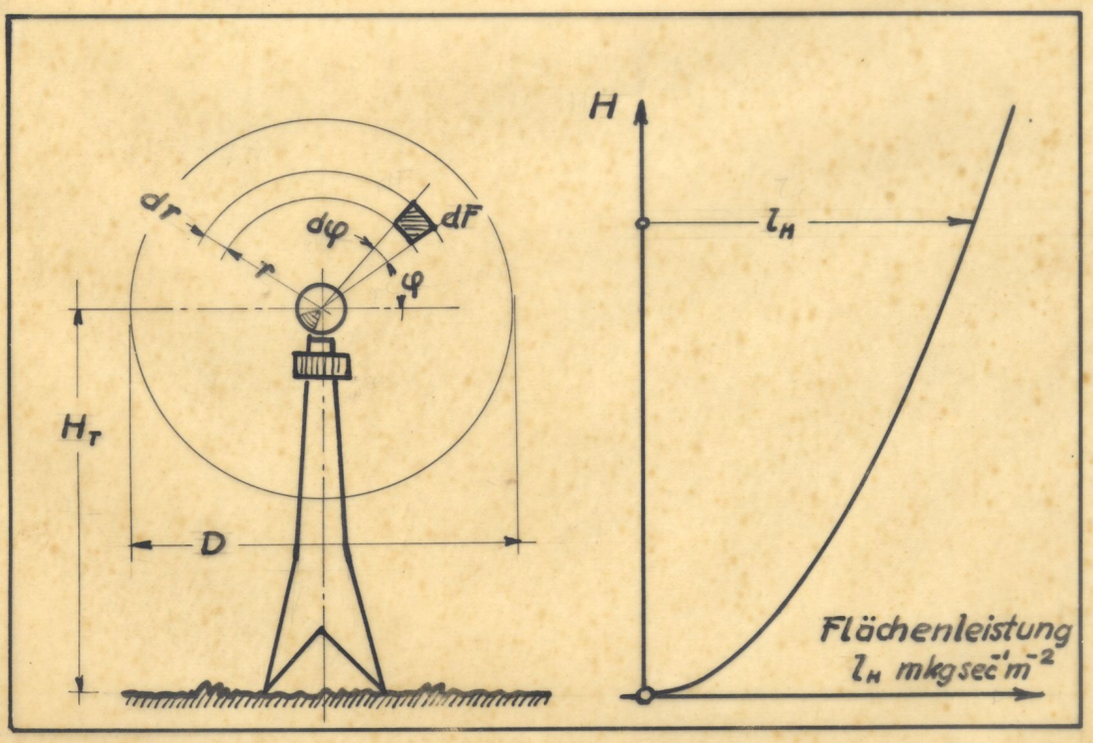




(16)


Pfg/KWh
4
3
2
1
Amortisationskosten der Anlage
bezogen auf die KWh bei
20 jährigem Betrieb und vollständ.
Aufnahme der anfallenden Energie.
Bayreuth
Brocken
0
5
10
15
20
25 msec⁻¹ vMax.
Ausschaltgeschwindigkeit.

(17)


dr
r
dφ
dF
φ
HT
D
H
lH
Flächenleistung
lH mkgsec⁻¹m⁻²

C) Die Leistung einer Anlage.

Die mittlere nutzbare Leistung, die dem Winde entnommen wird, ist

$$L_m = \int_{H_T - \frac{D}{2}}^{H_T + \frac{D}{2}} l_H \, dF \qquad (7)$$

worin $l_H = v_H^3 \cdot \frac{\rho_H}{2} \cdot \eta_N$ ist. (2)

Die Grösse der Windgeschwindigkeit über der Höhe ist, wie schon erwähnt, je nach Lage des Meßortes ziemlich verschieden, jedoch für alle Orte dem Charakter nach sehr ähnlich.

Für den Verlauf der Windgeschwindigkeit über der Höhe im Bereich der Windradkreisebene gibt die Funktion

$$v_H = v_{H1} \cdot H^{\frac{K}{3}} \qquad (8)$$

eine gute Näherung.

Um die Genauigkeit der Rechnung zu erhöhen, können K und v_{H1} als Funktionen der Turmhöhe, also der mittleren Höhe der Radkreisfläche aus dem gemessenen Verlauf der Windgeschwindigkeit über der Höhe entnommen werden. (Abb 18.)

Die Änderung der Luftdichte über der Radhöhe ist bei dem zu erwartenden Radgrössen unbedeutend. Es wird daher über die ganze Kreisfläche $\rho_H = \rho_{HT}$ angenommen.

Setzt man nun in Formel (7)

$$dF = r\,dr \cdot d\varphi$$

$$H = H_T + r\cos\varphi$$

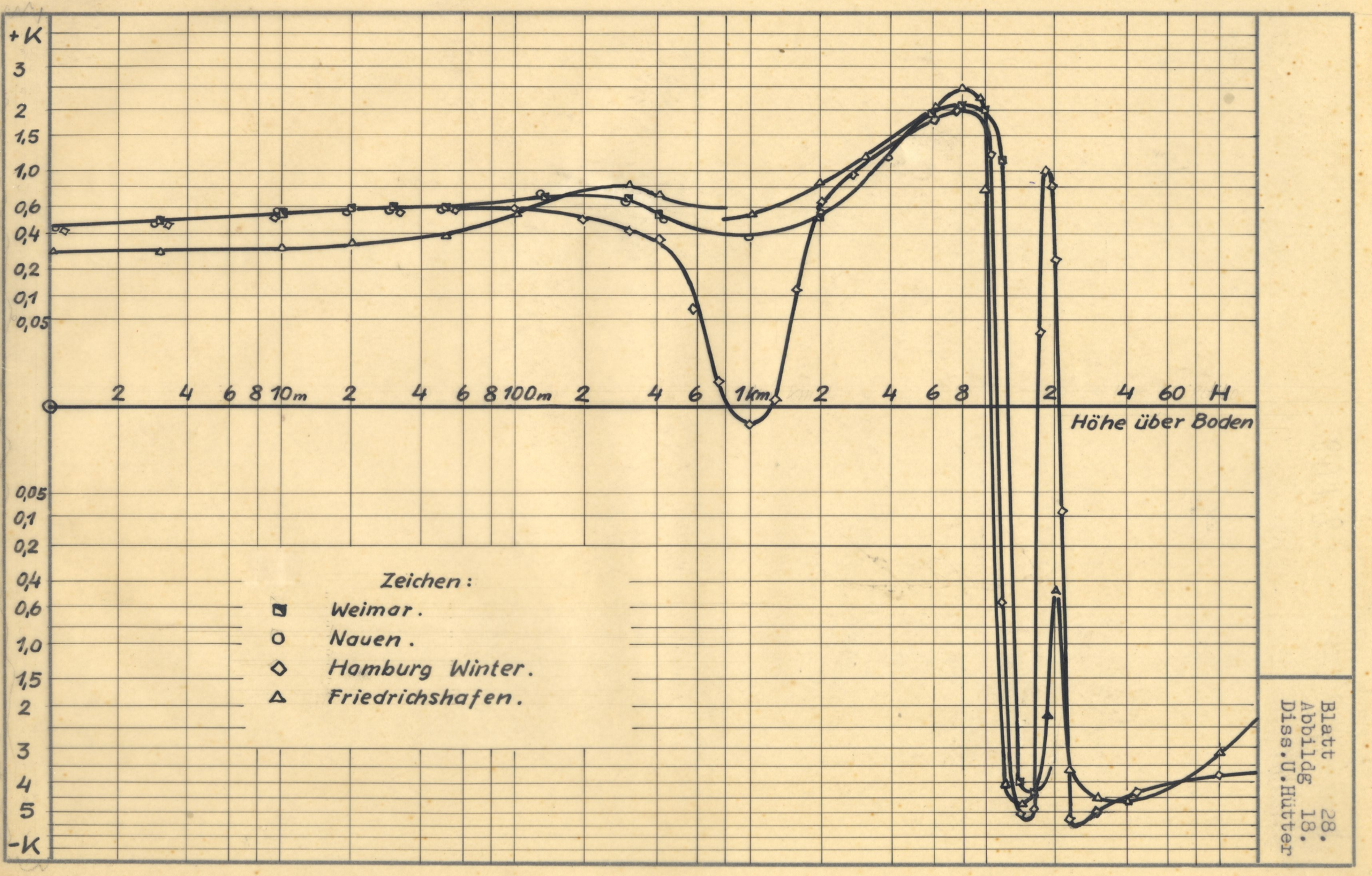
$$l_H = \eta_N \frac{\rho_H}{2} \cdot v_{H1}^3 H^K$$

$$a_{HT} = \eta_N \frac{\rho_{HT}}{2} \cdot v_{H1}^3$$

(Abb 17.)

und entwickelt man l_H in eine Taylorreihe, so erhält man:

$$\frac{d^{(n)} l_H}{dH^{(n)}} = a_{HT} \cdot K(K-1)(K-2)\ldots(K-n+1) H^{K-n}$$



Blatt 28.
Abbildg 18.
Diss. U. Hütter

$$l_H = a_{HT}\left(H_T^k + \sum_2^\infty \frac{k(k-1)(k-2)\ldots(k-n+1)}{n!} H_T^{k-n} \cdot r^n \cdot \cos^n\varphi\right)$$

Die Integration wird in den Bereichen $H \geqq H_T$ und $H \leqq H_T$ getrennt durchgeführt. Bei den Summenbildungen heben sich die Einzelintegrale mit ungeradzahligen Potenzen von $+r\cos\varphi$ und $-r\cdot\cos\varphi$ gegenseitig auf und es erscheinen im Ergebnis nur die Integrale mit geradzahligen Potenzen

$$L_m = a_{HT}\left(4\int_0^{\pi/2}\int_0^{D/2} H_T^k\, r\, d\varphi\, dr + 2\int_0^{\pi/2}\int_0^{D/2}\sum_2^\infty n \frac{k(k-1)(k-2)\ldots(k-n+1)}{n!} H_T^{k-n}(\pm r)^n \cos^n\varphi\, r\, dr\, d\varphi\right)$$

Die Integrale über $\cos^{2p}\varphi\, d\varphi$ haben alle folgende Lösung:

$$\int_0^{\pi/2}\cos^{2p}\varphi\, d\varphi = \frac{\pi}{2}\,\frac{1(1+2)\ldots[1+2(p-1)]}{2(2+2)\ldots[2+2(p-1)]}$$

damit erhält man nach Umformung

$$L_m = a_{HT}\frac{\pi}{4} D^2 H_T^k\left(1 + \sum_1^\infty p\left(\frac{D}{2H_T}\right)^{2p} \frac{k(k-1)\ldots(k-2p-1)\cdot 1\cdot(1+2)\ldots[1+2(p-1)]}{2p!\,(p+1)\cdot 2(2+2)\ldots[2+2(p-1)]}\right) \quad (9)$$

Nun ist aber $\eta_N \frac{\varrho_{HT}}{2} v_{H1}^3 H_T^k \frac{\pi}{4} D^2 = l_{HT}\cdot F_{RAD}$ (Kreisfläche)

Führt man diesen Ausdruck in Gleichung (9) ein, so vereinfacht sich diese auf

$$\boxed{L_m = l_{HT} F_{RAD}\cdot \mu_L} \quad (10)$$

$$\boxed{\mu_L = 1 + \sum_1^\infty p\left(\frac{D}{2H_T}\right)^{2p} \frac{k(k-1)\ldots(k-2p-1)\cdot 1\cdot(1+2)\ldots[1+2(p-1)]}{2p!\,(p+1)\,2(2+2)\ldots[2+2(p-1)]}} \quad (11)$$

Diese Reihe konvergiert sehr stark. Für alle praktisch vorkommenden Fälle genügt die Berücksichtigung weniger Glieder.

Der Faktor μ_L ist also eine Funktion von K und $\frac{D}{H_T}$ (Abb 19.)

Auf jeden Fall muss $\frac{D}{H_T} \leqq 2$ sein, da sonst die Räder den Boden unterschneiden würden.

Für diesen Grenzfall wird z.B. mit $k = \frac{3}{5}$

$$\mu_L = 1 - 0{,}0300 - 0{,}004205 - \ldots = 0{,}9658$$

Die Grösse der Leistung jeder Anlage kann damit nun ohne Schwierigkeiten als Funktion von D und H_T berechnet werden. (Abb 20,21.) Sie ist damit allerdings aus dem Jahresmittel der Windgeschwindigkeit bestimmt und nicht aus der tatsächlichen mittleren Leistung, da diese der 3.Potenz der Windgeschwindigkeit proportional ist. Es wäre daher erforderlich die mittlere Leistung aus dem Mittel der 3.Potenzen der Windgeschwindigkeiten, also aus der Leistungshäufigkeitskurve zu bestimmen. Je nach der Form der Häufigkeitskurve ist die mittlere Leistung das 1,4 bis 2-fache der Leistung, die sich aus dem Windgeschwindigkeitsmittel ergibt.* Eine einfache Überschlagsrechnung zeigt dies sofort. Nimmt man nämlich einen linearen Verlauf der Leistungshäufigkeit an, dann ergibt sich das Verhältnis der Leistungsmittelwerte zur Leistung aus dem Geschwindigkeitsmittelwert wie folgt:

h Häufigkeitswert (siehe Abb 12.)

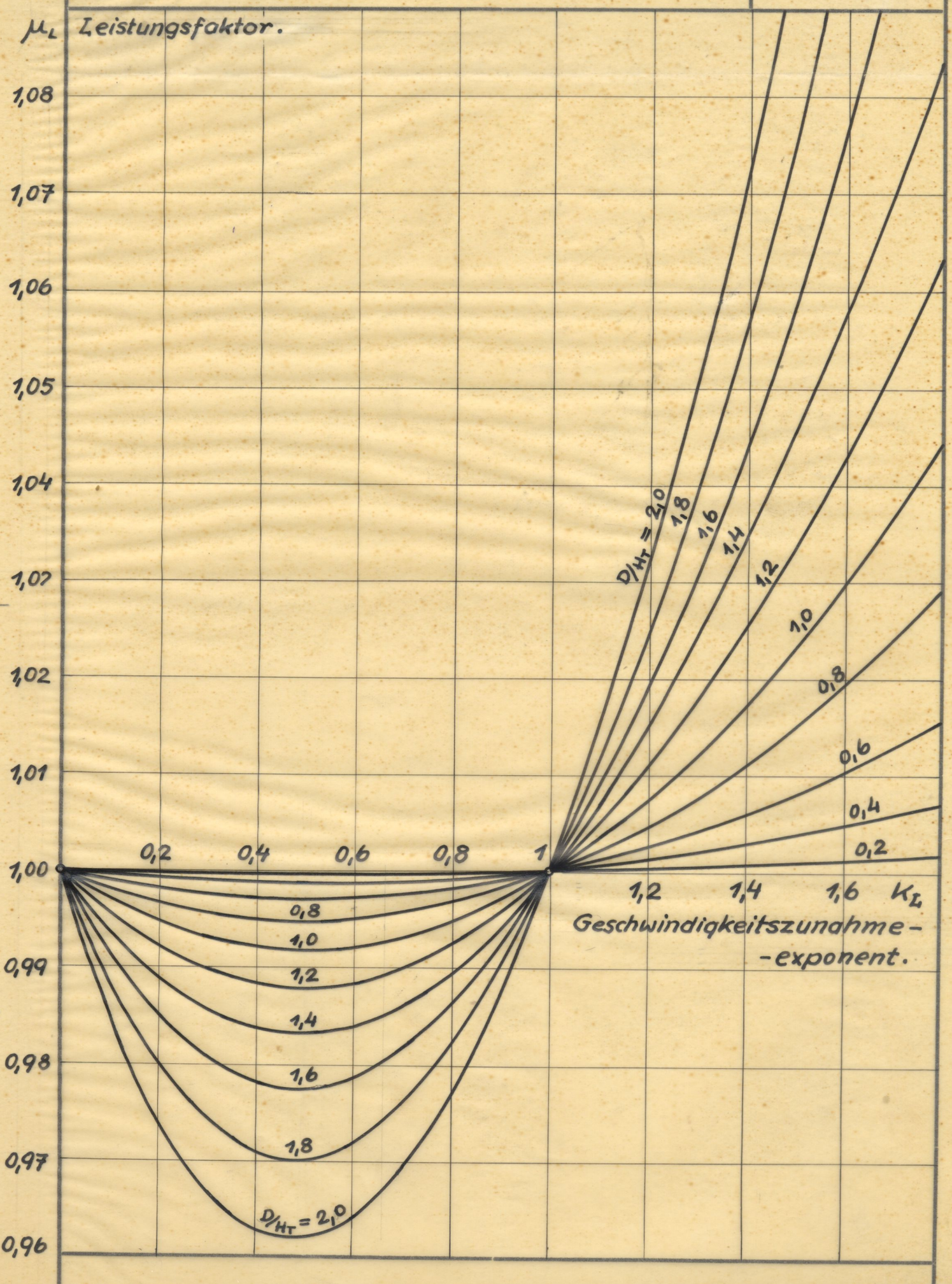
bei $h=0$ ist $v=0$.
$h=1$ ist $v=v_{max}$.
$v_h = h \cdot v_{max}$.

$$L_{v\,mittel} = \frac{\rho}{2} F \cdot \eta_N \left(\frac{v_{max}}{2}\right)^3 = \frac{\rho}{2} F \cdot \eta_N \cdot v_{max}^3 \cdot \frac{1}{8}$$

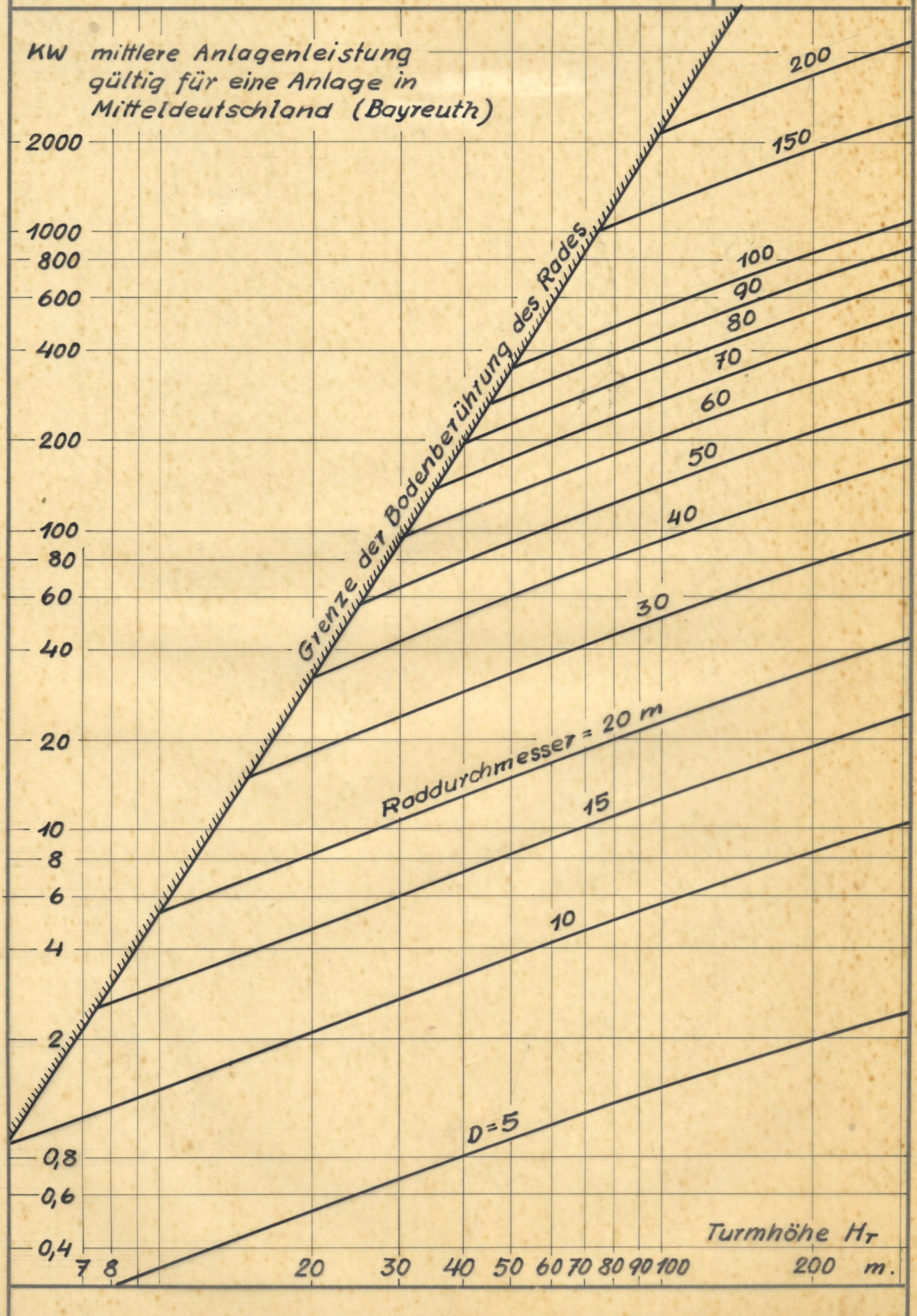
$$L_{mittel} = \frac{\frac{\rho}{2} F \cdot \eta_N \cdot \int_0^1 v_h^3 \, dh}{1} = \frac{\rho}{2} F \cdot \eta_N \, v_{max}^3 \int_0^1 h^3 \, dh = \frac{\rho}{2} F \, \eta_N \cdot v_{max}^3 \cdot \frac{1}{4}$$

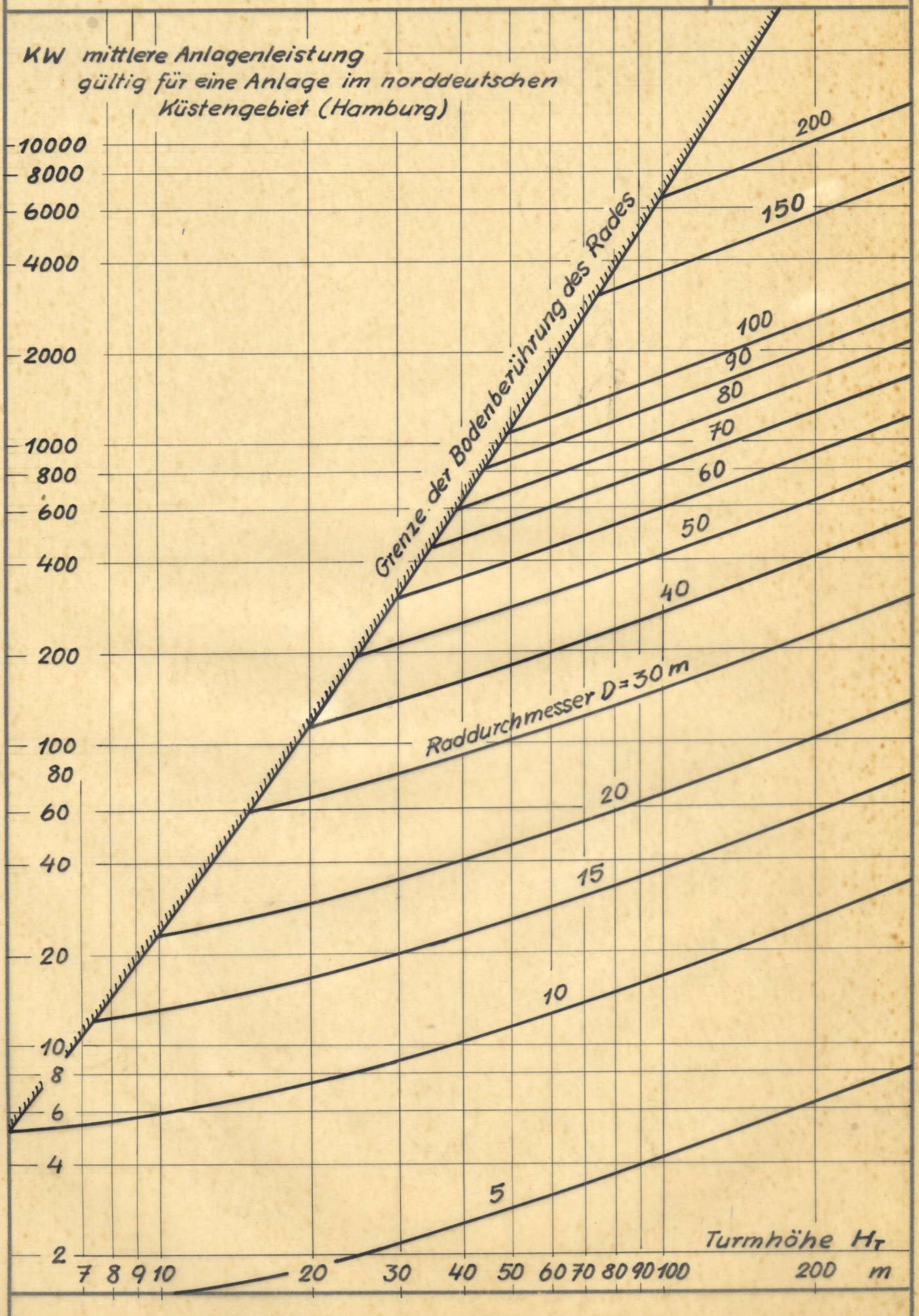
Für die Bestimmung der leistungsabhängigen Kosten, also für die Kostenbestimmung von Generator, Getriebe usw. muss die Grenzleistung der Anlage angesetzt werden. Diese Grenzleistung ist natürlich höher als die mittlere Anlagen leistung. Für Bayreuth und für den Brockengipfel ergeben sich folgende Mittelwerte:

Blatt 31.
Abbildg. 19.
Diss.U.Hütter



Blatt 32.
Abbildg. 2o.
Diss.U.Hütter.




KW mittlere Anlagenleistung
gültig für eine Anlage im norddeutschen Küstengebiet (Hamburg)
10000
8000
6000
4000
2000
1000
800
600
400
200
100
80
60
40
20
10
8
6
4
2
Grenze der Bodenberührung des Rades
200
150
100
90
80
70
60
50
40
Raddurchmesser D=30 m
20
15
10
5
Turmhöhe H_T
7 8 9 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 200 m

	Bayreuth	Brocken	
Geschwindigkeitsmittel	5,355	1o,4	m/sec
Leistung aus dem Geschwindigkeitsmittel	14,8	1o8	kW
ideales Leistungsmittel	43,6	248	kW
Leistungsmittel bei Spitzenausschaltung	25,3	111	kW
Spitzenleistung	91	254	kW
Verhältnis: $\frac{\text{Spitzenleistung}}{\text{Mittelleistung}}$	3,6	2,29	

Für die Bestimmung der leistungsabhängigen Kosten wurde das Verhältnis der Spitzenleistung zur Mittelleistung mit 3,2 angenommen.

* (Seite 13) Für die kurvenblätter Abb 20 und 21 ist der Faktor mit 1,6 angenommen worden.

D) Der Wirtschaftlichkeitswert.

Es ist jetzt nur noch erforderlich, für eine Anzahl von Anlagen verschiedener Turmhöhen und verschiedener Raddurchmesser den Quotienten w zu bilden. Auf Abb. 22. sind im D, H_T Feld die Linien konstanten Wirtschaftlichkeitswertes eingetregen.
Es zeigt sich in den beiden untersuchten Grenzfällen einer Anlage für das Binnenland (*Bayreuth*) und einer Anlage für das Küstengebiet (Hamburg), dass die wirtschaftlichsten Abmessungen etwa die gleichen sind, ferner, dass das Optimum ausserordentlich flach ist.

Bei der Durchführung dieser Rechnung war es allerdings erforderlich, für grössere Turmhöhen und Raddurchmesser stark zu extrapolieren. Es sind daher die für grosse Raddurchmesser und für grosse Turmhöhen geltenden Werte weniger zuverlässig, als die für Raddurchmesser und Turmhöhen von 0 bis 1oo m.

Das Optimum liegt aber in beiden Fällen innerhalb dieses Bereiches. Auf jeden Fall zeigt sich, dass ganz kleine Anlagen mit Sicherheit wesentlich weniger wirtschaftlich sind, als Anlagen mittlerer Grösse. Nach oben hin ist dann eine gewisse Freizügigkeit gegeben. Es ist jedoch wahrscheinlich zweckmässiger, bei annähernd gleicher Wirtschaftlichkeit eine grössere Anzahl von Anlagen mittlerer Grösse aufzustellen, als eine kleinere Anzahl von Grossanlagen.
Folgende Gründe sind dafür vor allem maßgebend:

1) Bei einer grösseren Anzahl kleinerer Anlagen wird der Weg von den Anlagen zu den Verbrauchern mit grosser Wahrscheinlichkeit kleiner, also der an sich geringe Verteilungsaufwand wird auf einem Mindestwert gehalten.

2) Eine grössere Anzahl kleinerer Anlagen - wenn sie untereinander etwa durch eine Ringleitung verbunden sind - wird eine gleichmässigere Stromlieferung ergeben, als eine geringe Anzahl oder gar eine einzige grössere Anlage. Alle Luftbewegungen, besonders in Bödennähe, sind cyklische Bewegungen. Der Verlauf der Windgeschwindigkeit über der Zeit ist daher grossen örtlich bedingten Schwankungen unterworfen. Befinden sich mehrere Anlagen in einer gewissen Entfernung voneinander im Gelände, so ist die Wahrscheinlichkeit ausserordentlich gering, dass bei allen gleichzeitig

Minima oder Maxima der Windgeschwindigkeit auftreten. Der sich dadurch ergebende Ausgleich wird umso vollständiger, je grösser die Anzahl der miteinander in Verbindung stehenden Anlagen ist. Bei einer Großversorgung durch Windkraftanlagen, von denen die äussersten viele hundert Kilometer voneinander entfernt sind, ist die Wahrscheinlichkeit, dass überhaupt Tage ohne Energieerzeugung vorkommen, so gering, dass man sie vollständig ausschliessen kann.

3) Bei der Einrichtung einer Energieversorgung durch Windkraftwerke wird bei einer grösseren Anzahl von kleineren Anlagen schon von der Aufstellung der ersten Anlage an die Stromversorgung beginnen können. Es wird also stetig mit der Zunahme der Zahl der in Betrieb genommenen Anlagen die Grösse der verfügbaren Gesamtleistung wachsen. Bei einer Grossanlage, für deren Erstellung der gleiche Zeitraum aufgewendet werden müsste, wie für mehrere kleinere Anlagen, würde erst Energie geliefert werden können, wenn diese eine Anlage vollständig fertig ist. In diesem Umstand liegt übrigens ein gewisser Vorteil von Windkraft gegenüber den Wasserkraftanlagen.

4) Grössere Stückzahlen gleichartiger Anlagen mittlerer Grösse sind für die Fabrikation vorteilhafter. Für deren Fertigung, wie für alle Transporte sind weniger umfangreiche Einrichtungen erforderlich.

5) Grosse Anlagen sind gefährliche Luftfahrthindernisse. Die Gefährdung der Luftfahrt steigt mit zunehmender Anlagenhöhe. Da in Zukunft, insbesondere nach dem Kriege, mit einer wesentlichen Verdichtung des militärischen und insbesondere des privaten Luftverkehrs zu rechnen ist, ist dies ein Umstand, der auf gar keinen Fall unterschätzt werden darf.
Hier wäre übrigens zu erwähnen, dass die Möglichkeit besteht, Windkraftanlagen gleichzeitig mit kleinen Kurzwellensendern auszurüsten und als Baken-Stationen einzusetzen.

6) Ein sehr naheliegender und bedeutender militärischer Vorteil liegt in der Dezentralisation der Energieversorgung. Außerdem sind kleinere Anlagen leichter zu tarnen und auch kleinere Ziele.

Ausgesprochen unwirtschaftlich sind Anlagen mit sehr kleinen Rädern. Dabei ist der Einfluss der Turmhöhe besonders bei solchen Anlagen geringer, als im allgemeinen angenommen wird. Interessant ist, dass die alten Windmühlen, trotz des verhältnismässig geringen Leistungsbeiwertes ihrer Räder wesent-

lich wirtschaftlicher sind, als die "amerikanischen" Windturbinen. Dazu kommt noch der Umstand, dass der Turm bei Windmühlen gleichzeitig das Gebäude der Mühle ist, sodass also die Turmkosten praktisch nicht vorhanden sind.

Im übrigen darf bei einer geplanten großzügigen Erschliessung der Windenergie für die Energieversorgung auch nicht vergessen werden, dass das Bild der Landschaft durch die vielen Anlagen ein eigenes Gepräge erhalten wird. Diese müssten daher in einem tieferen Sinne von einer zeitlosen Schönheit sein, sodass sie nicht in drei oder vier Jahrzehnten schon wieder als die schwer zu beseitigenden Skelette eines hastigen, gegenüber unwägbaren Werten unseres Lebensraumes gleichgültigen Versuches eine spätere Generation belasten.

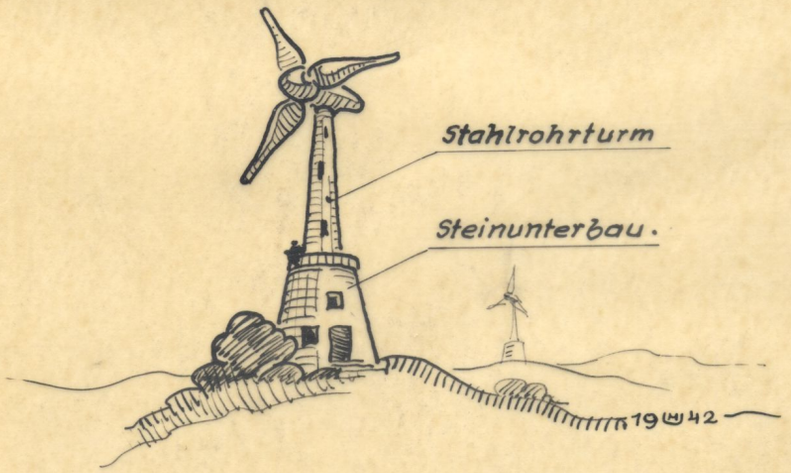
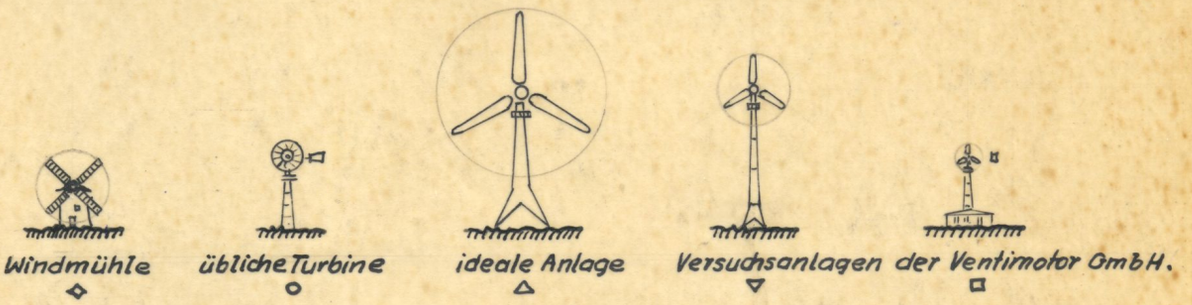
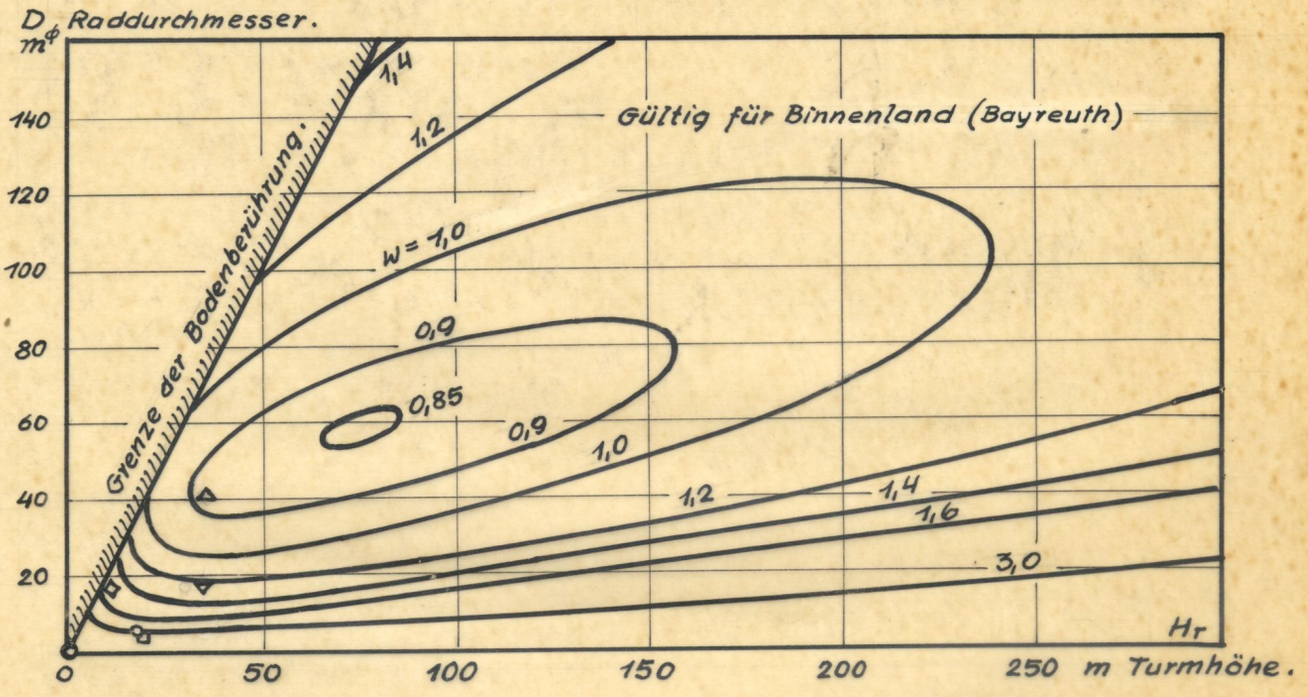
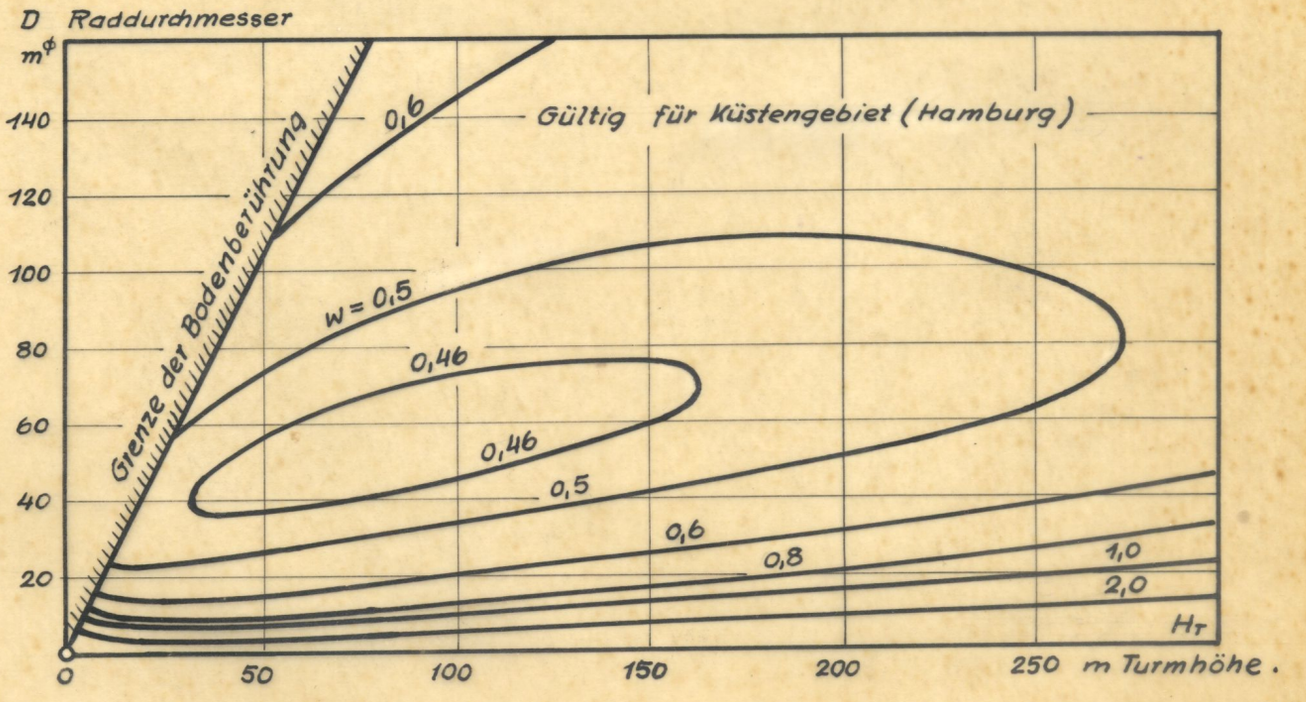


Abb.23.


Windmühle
übliche Turbine
ideale Anlage
Versuchsanlagen der Ventimotor GmbH.


D Raddurchmesser.
mΦ
Gültig für Binnenland (Bayreuth)
Grenze der Bodenberührung.
w = 1,0
0,9
0,85
1,4
1,2
1,0
1,6
3,0
HT
0
50
100
150
200
250 m Turmhöhe.


D Raddurchmesser
mΦ
Gültig für Küstengebiet (Hamburg)
Grenze der Bodenberührung
w = 0,5
0,6
0,46
0,5
0,8
1,0
2,0
HT
0
50
100
150
200
250 m Turmhöhe.

Für die folgenden Betrachtungen wird der Begriff des Radelementes eingeführt. Dieses Element bestehe aus einem kreisringförmigen Ablenkungsmechanismus von der Höhe dr im Abstand r vom Mittelpunkt. Es wird zunächst angenommen, dass die Wirkung der übrigen Radteile ohne Einfluss auf das Element sei. (Lit.3,9.) (Abb. 24.)

A) Die Geschwindigkeiten.

Die Geschwindigkeit weit vor dem Element sei entsprechend den in der Turbinen- und Propellertheorie üblichen Bezeichnungen v_0 die Geschwindigkeit bei Durchtritt durch das Element v_∞ und die Geschwindigkeit weit hinter diesem v_3 . Das Element rotiere um die Achse mit der Winkelgeschwindigkeit ω somit ist dessen Umfangsgeschwindigkeit $u_0 = r \cdot \omega$

Bei Drallfreiheit ist die vom Element aufgenommene Leistung

$$dL = S \cdot v_\infty \qquad (12)$$

Die Bewegungsenergie des Windes wird umgesetzt in die Energie der Drehbewegung des Elementes $dL = dM \cdot \omega$
Das ist nur möglich, wenn der Luft ein Drehimpuls erteilt wird, d.h. also der sekundlich durch den Kreisring durchtretenden Masse eine Umfangsgeschwindigkeit $\Delta u = r \cdot \Delta\omega$ erteilt wird. Das Reaktionsmoment d M ist dann

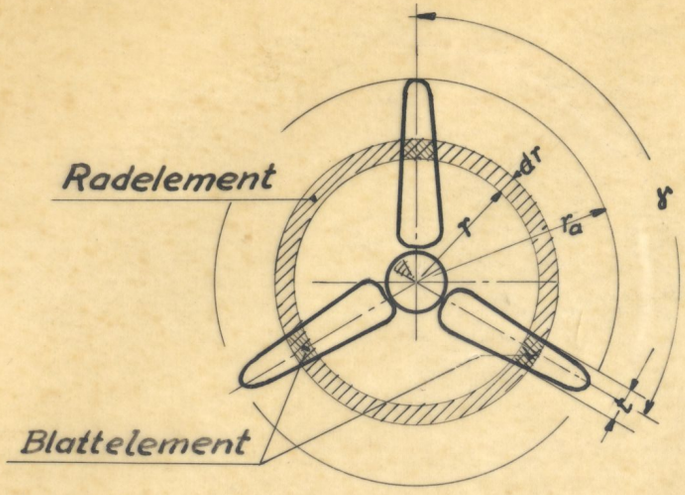
$$dM = r \cdot \dot{m} \cdot \Delta u = \dot{J} \Delta\omega \qquad (13) \qquad \text{(Lit. 9, 14)}$$

und der Leistungsverlust durch den Drall

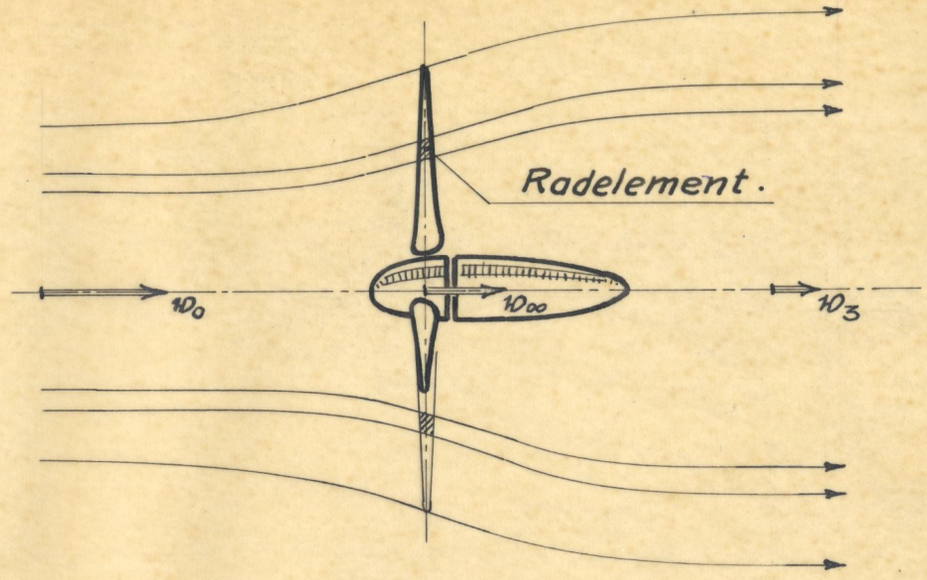
$$dL_D = \dot{J} \frac{\Delta\omega^2}{2} = dM \cdot \frac{\Delta\omega}{2}$$

Das Leistungsgleichgewicht kann damit aufgestellt werden

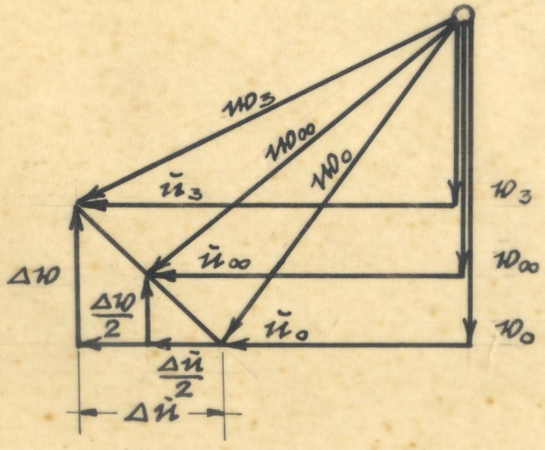
$$dM \cdot \omega = dS \cdot v_\infty - dM \frac{d\omega}{2} \qquad (14)$$



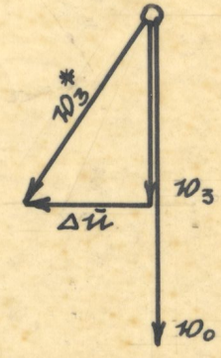
(24)



Stelle 0 1∞2 3



w Achsialgeschwindigkeit.
w^* Absolutgeschwindigkeit.
w_w Relativgeschwindigkeit.
$\check{u}$ Umfangsgeschwindigkeit.



(25)

Blatt 40
Abbildg. 24.25
Diss. U. Hütter

worin:

$$v_\infty = v_0 - \frac{\Delta v}{2}$$

$$v_\infty = \frac{v_0 + v_3}{2} \qquad (15) \qquad \text{ist.}$$

Man erhält dieses Ergebnis aus Impuls und Leistungsbetrachtung (Lit. 3).

Impuls

$$dS = v_\infty \cdot \rho \cdot dF \cdot \Delta v$$

Leistung

$$dS \cdot v_\infty = v_\infty \frac{\rho}{2} dF \cdot (v_0^2 - v_3^2)$$

$$\frac{\rho}{2} dF (v_0 - v_3)(v_0 + v_3) = \rho \cdot dF \cdot (v_0 - v_3) \cdot v_\infty$$

Bezeichnet man mit dT die Tangentialkraft am Element, so erhält man aus (14):

$$\left.\begin{aligned} dT &= \frac{dM}{r} \\ dT\left(u_0 + \frac{\Delta u}{2}\right) &= dS\left(v_0 - \frac{\Delta v}{2}\right) \\ dT \cdot u_\infty &= dS \cdot v_\infty \\ u_\infty &= u_0 + \frac{\Delta u}{2} \end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

Die vom Windrad tatsächlich aufgenommene Leistung kann nun durch Vergleich der Energieinhalte der Strömung weit vor und weit hinter dem Rad bestimmt werden. Die Geschwindigkeit weit hinter dem Rad ist

$$w_3^* = w_3 + \Delta \breve{u} \qquad \text{(Abb. 25.)}$$

$$dM\,\omega = \frac{\dot{m}}{2}\left(v_0^2 - v_3^{*2}\right)$$

$$v_3^{*2} = v_3^2 + \Delta \breve{u}^2$$

$$\dot{m}\, r\, \Delta \breve{u}\, \frac{\breve{u}}{r} = \frac{\dot{m}}{2}\left(v_0^2 - v_3^2 - \Delta u^2\right) \qquad (17)$$

Führt man den Begriff des Geschwindigkeitsabminderungsverhältnisses $\xi = \frac{v_3}{v_0}$ ein und verwendet man folgende Abkürzungen

$$\boxed{\begin{aligned} \xi &= \frac{v_3}{v_0} \\ \mu &= 1+\xi \\ \kappa &= 1-\xi^2 \end{aligned}} \qquad (18)$$

so erhält man aus (17)

$$2u\,\Delta u = v_0^2 \cdot \kappa - \Delta u$$

$$(u+\Delta u)^2 = v_0^2 \kappa + u^2$$

$$\Delta u = \sqrt{v_0^2\kappa + u^2} - u \qquad (19)$$

$$u_\infty = u + \frac{\Delta u}{2} = \frac{1}{2}\left(u_0 + \sqrt{v_0^2\kappa + u^2}\right) \qquad (20)$$

$$v_\infty = v_0 \frac{\mu}{2} \qquad (15a)$$

$$v_3 = v_0 \xi \qquad (21)$$

$$v_3^* = \sqrt{v_0^2 \xi^2 + \Delta \bar{u}^2} \qquad (22)$$

B) Der Leistungsbeiwert bei Reibungsfreiheit.

Definiert man nun als Leistungsbeiwert das Verhältnis der dem Wind tatsächlich entnommenen Leistung zum Leistungsinhalt des durch die Windradebene ungestört durchströmenden Windes

$$c_L = \frac{L}{L_{th}} \qquad (23)$$

wobei $L_{th} = F_{RAD} \cdot q \cdot v_0 = v_0^3 \cdot \frac{\varrho}{2} \cdot F_{RAD}$ (24) ist, (siehe 2)

so erhält man als Leistungsbeiwert des Elementes unter Berück-

sichtigung des Dralles bei Reibungsfreiheit:

$$c_{La} = \frac{F\frac{\varrho}{2} v_\infty (v_0^2 k - \Delta u^2)}{F\frac{\varrho}{2} v_0^3} = \frac{\mu}{2v_0^2}(v_0^2 k - \Delta u^2)$$

$$c_{La} = \frac{\mu}{2}\left(k - \frac{\Delta u^2}{v_0^2}\right) \qquad (25)$$

Bezeichnet man allgemein mit:

(26)
$\lambda = \frac{u}{v}$ die Schnelläufigkeitszahl, und zwar

$\lambda_0 = \frac{u_0}{v_0}$ das Verhältnis der ungestörten Geschwindigkeiten,

$\lambda_\infty = \frac{u_\infty}{v_\infty}$ das Verhältnis der Geschwindigkeiten in der Radebene,

so erhält man aus (19)

$$\Delta u^2 = v_0^2 k + u_0^2 - 2u_0\sqrt{v_0^2 k + u_0^2} + u_0^2$$

$$\frac{\Delta u^2}{v_0^2} = k + 2\lambda_0^2 - 2\lambda_0\sqrt{k+\lambda_0^2}$$

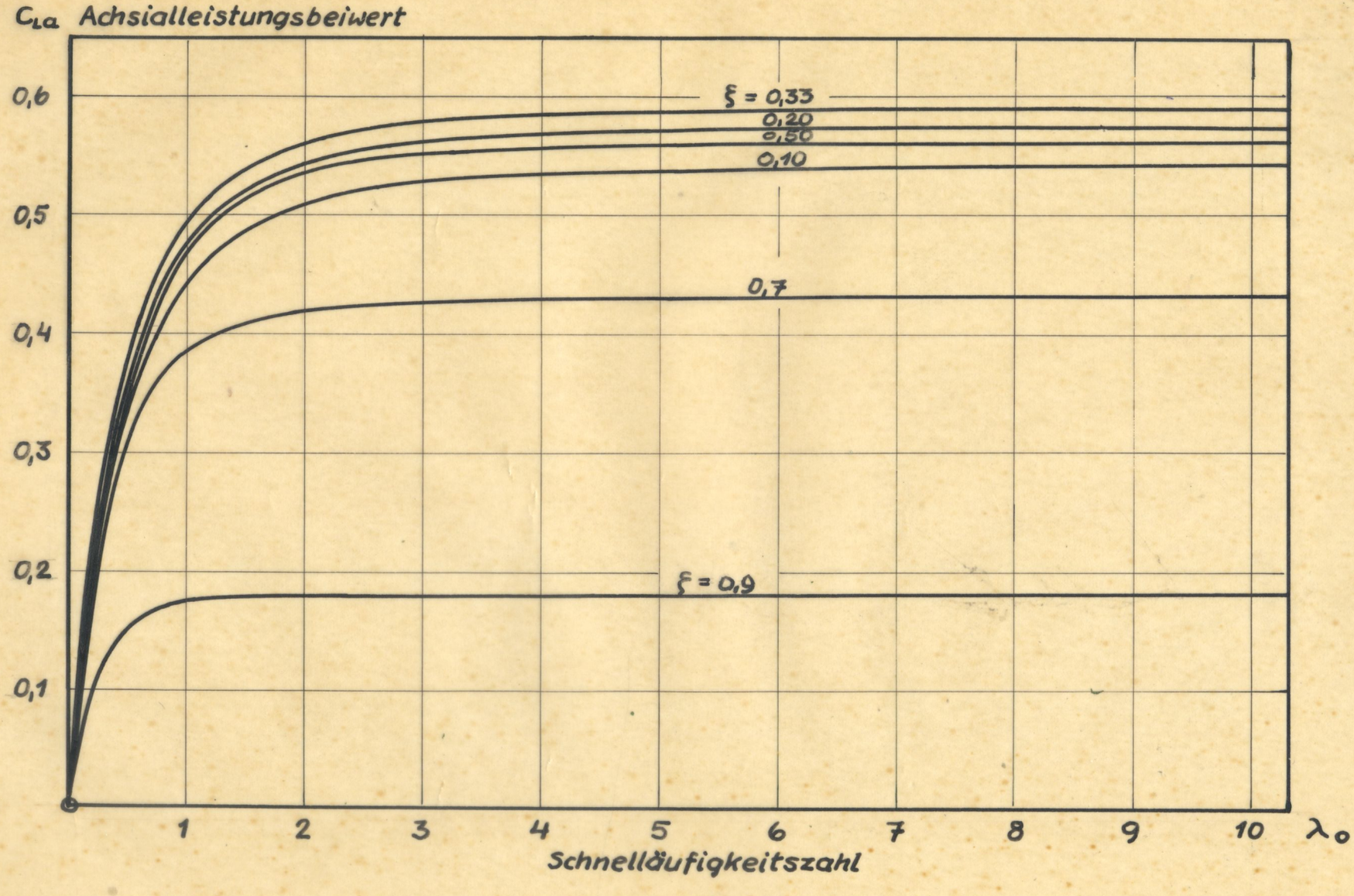
$$c_{La} = \lambda_0 \mu \left(\sqrt{k+\lambda_0^2} - \lambda_0\right) \qquad (27)$$

Führt man für die Wurzel die Bezeichnung $\sigma = \sqrt{k+\lambda_0^2}$ (28) ein, so vereinfacht sich der Ausdruck auf

$$\boxed{c_{La} = \lambda_0 \mu (\sigma - \lambda_0)} \qquad (29)$$

Der achsiale Leistungsbeiwert ist demnach ausschliesslich eine Funktion der Schnelläufigkeitszahl und des Geschwindigkeitsverhältnisses. (Abb 26 und 27.)

Für eine bestimmte Schnelläufigkeitszahl lässt sich durch eine einfache Maximalrechnung der Bestwert des Geschwindigkeitsverhältnisses bestimmen. Aus (29) ergibt sich mit (18)


C_{La} Achsialleistungsbeiwert
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
ξ = 0,33
0,20
0,50
0,10
0,7
ξ = 0,9
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
λ_o
Schnelläufigkeitszahl

$$\frac{dc_{La}}{d\xi} = \frac{\lambda_o}{\sqrt{1+\lambda_o^2-\xi^2}}\left(1+\lambda_o^2-2\xi^2-\xi-\lambda_o\sqrt{1+\lambda_o^2-\xi^2}\right) = 0$$

(30) $$4\xi^4+4\xi^3-3a\xi^2-2a\xi+a=0 \quad ; \quad a=1+\lambda_o^2$$

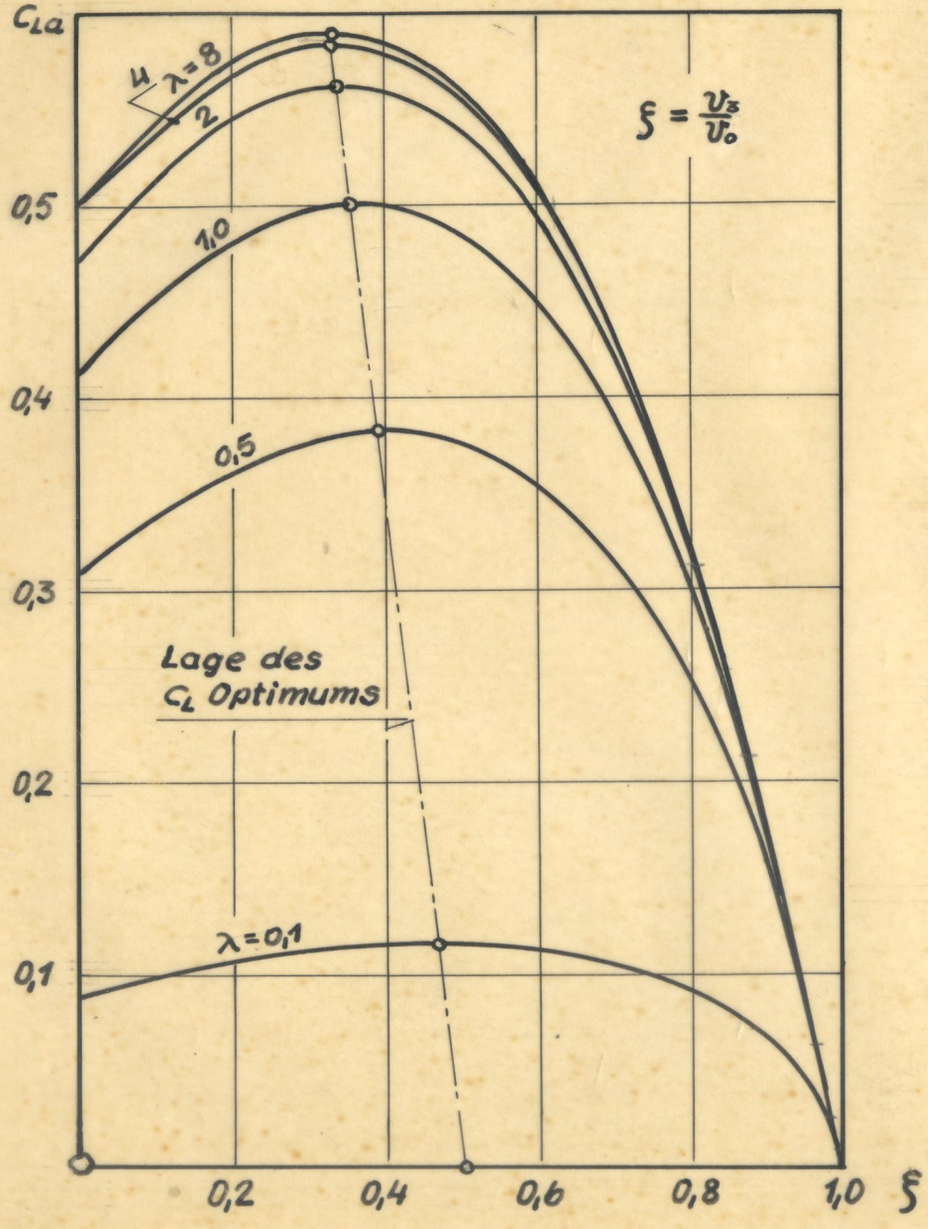
Als Lösung dieser Gleichung ergibt sich ein Zusammenhang zwischen $\xi_{optimum}$ und λ_o. Alle ξ_{opt} liegen zwischen 1/2 und 1/3. Schon ab $\lambda_o \sim 3$ nähert sich ξ_{opt} sehr stark dem Grenzwert 1/3, was der von Prof. Betz aufgestellten Optimalbedingung für den drallfreien Strahl entspricht. (Lit. 3)

Zu bemerken ist nur noch, dass das Optimum recht flach ist. Die zulässige Abweichung vom Bestwert von ξ_{opt} ist $\pm$ o,o2o, wenn man einen Leistungsverlust von 1‰ zulässt.

λ_o	ξ optimum.
0	o,5oo
o,2	o,436
o,4	o,42o
o,8	o,371
1,2	o,357
2,o	o,345
2,8	o,339
3,6	o,336
6,o	o,335
∞	o,333

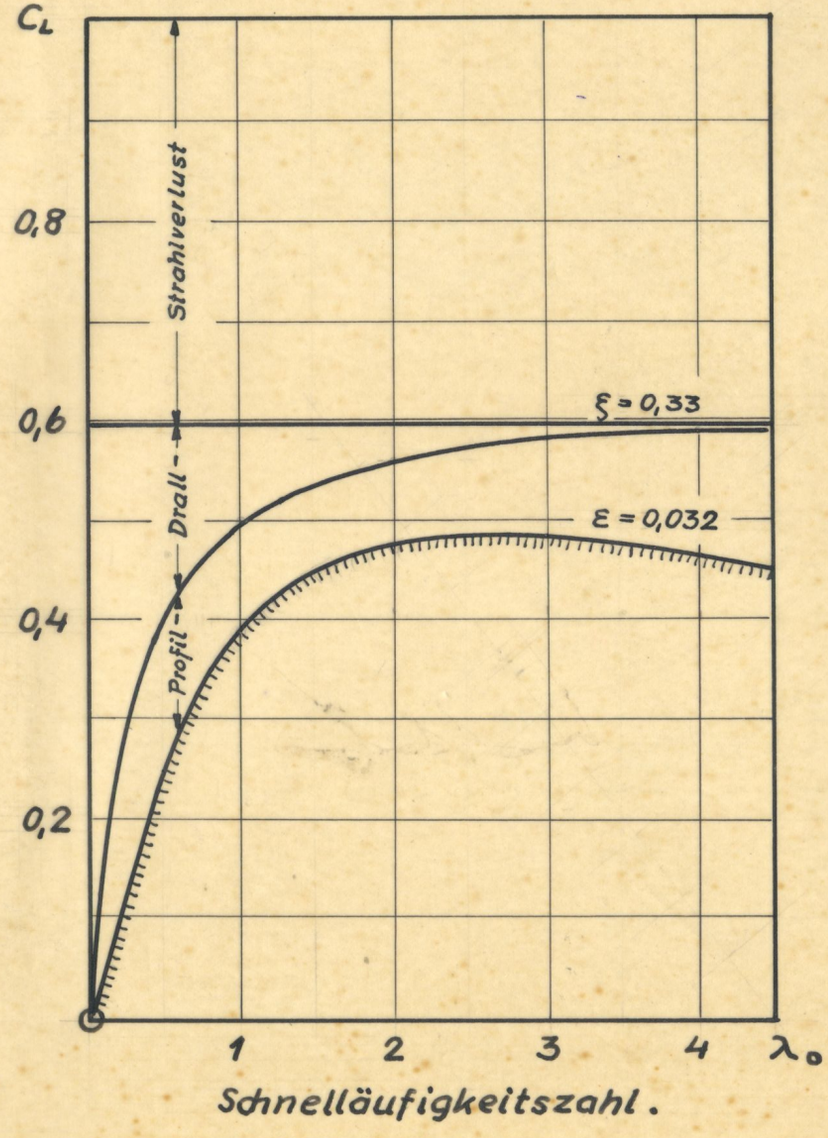
(Abb. 29)

(27)



(28)

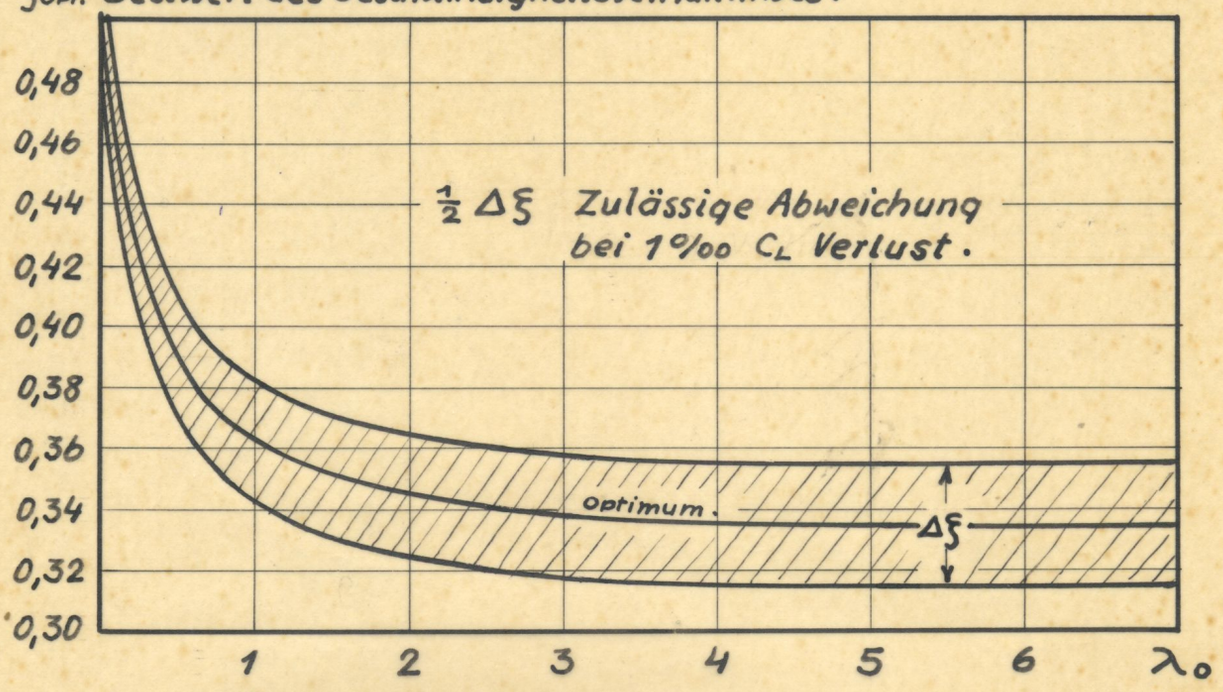
Verluste am Radelement



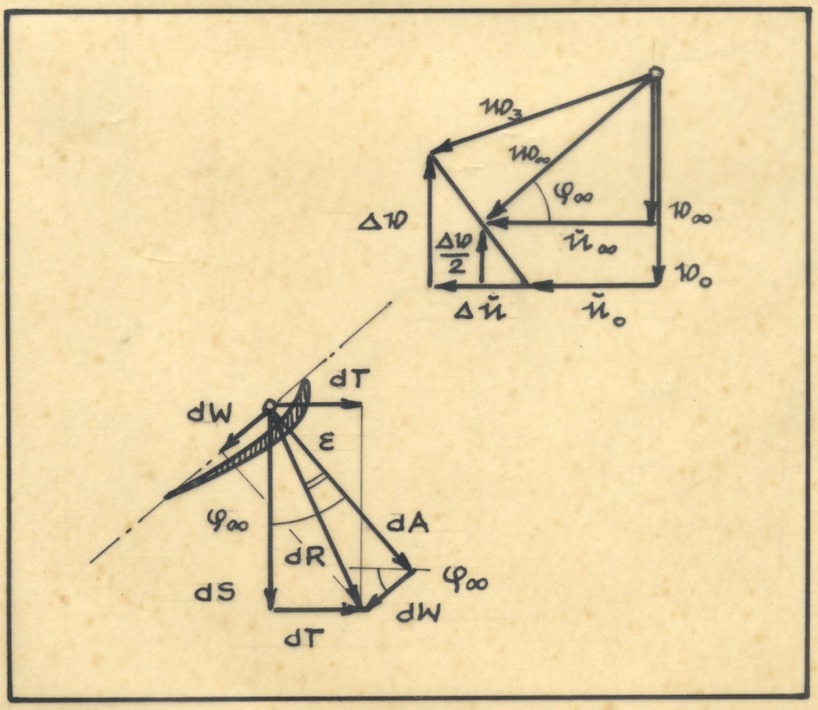
Schnelläufigkeitszahl.

Blatt 46.
Abbildg. 27. 28.
Diss-U.Hütter.

(29)


ξopt. Bestwert des Geschwindigkeitsverhältnißes.
0,48
0,46
0,44
0,42
0,40
0,38
0,36
0,34
0,32
0,30
½ Δξ Zulässige Abweichung bei 1‰ CL Verlust.
optimum.
Δξ
1
2
3
4
5
6
λo

(30)


w3
w∞
φ∞
Δw
Δw/2
w∞
u∞
wo
Δu
uo
dT
dW
ε
φ∞
dA
dR
φ∞
dS
dW
dT

C) Der Momenten-Beiwert.

Definiert man als Momentenbeiwert die Grösse $c_d = \frac{M_d}{q \cdot r_a \cdot F_{RAD}}$ (31)
so erhält man für das Element

$$dM_d = c_d \cdot v_0^2 \frac{\rho}{2} \cdot r_a \, dF$$

$$dL = dM \, \omega = dM \cdot \frac{u}{r_a}$$

$$c_L = \frac{dL}{dL_m} = \frac{c_d \, v_0^2 \frac{\rho}{2} \cdot r_a \cdot dF \frac{u}{r_a}}{v_0^3 \frac{\rho}{2} \, dF} = c_d \cdot \frac{u}{v_0}$$

demnach ist $c_L = c_d \cdot \lambda_0$ und $\boxed{c_d = \frac{c_L}{\lambda_0}}$ (32)

Diese Beziehung gilt ganz allgemein. (Abb. 33.)
Der Momentenbeiwert kann also mit Ausnahme der Stelle $\lambda_0 = 0$ aus dem Leistungsbeiwert bestimmt werden. (Auch da ist es möglich aus $\frac{dc_L}{d\lambda}$ c_d zu bestimm.)

D) Berücksichtigung der Reibung.

Bei Reibungsfreiheit ist die Richtung der resultierenden Luftkraft aus dS und dT $dR = dS + dT$ (33)
durch die Senkrechte auf die Richtung des Vektors der Durchtrittsgeschwindigkeit durch die Blattebene gegeben. Abb 30.
Sie schliesst mit der Achsrichtung den Winkel φ_∞ ein.
Der Ablenkungsvorgang erfolgt jedoch tatsächlich nicht reibungsfrei. Die resultierende Luftkraft ist daher um den Gleitwinkel
$\varepsilon = \operatorname{arctg} \frac{dW}{dA}$ gegen R_{ideal} geneigt.
dA und dW sind die Komponenten von dR senkrecht zu w_∞ und in w_∞.
Man kann nun die vom Rade aufgenommene und die dem Winde entzogene Energie durch die Produkte der Umfangs- bzw. Durchtrittsgeschwindigkeit mit den durch ihre Komponenten ausgedrückten Achsial- und Tangentialkräften angeben. (In etwas anderer Form von Betz und Weinig abgeleitet):
Vom Rade aufgenommene Leistung: $L_R = dT \cdot u_0$
Dem Winde entzogene Energie: $L_W = dS \cdot v_\infty$ (34)

Das Verhältnis dieser Leistungen ist der Profilwirkungsgrad des Rades:

$$\eta_P = \frac{L_R}{L_W} \qquad (35)$$

wobei

$$dT = dA \cdot \sin\varphi_\infty - dW \cos\varphi_\infty$$

$$dS = dA \cos\varphi_\infty + dW \sin\varphi_\infty \qquad (36)$$

$$\eta_P = \frac{u_0 (dA \sin\varphi_\infty - dW \cos\varphi_\infty)}{v_\infty (dA \cos\varphi_\infty + dW \sin\varphi_\infty)}$$

und nach Umformung:

$$\eta_P = \frac{2\lambda_0}{\mu} \operatorname{tg}\varphi_\infty \; \frac{1 - \frac{\operatorname{tg}\varepsilon}{\operatorname{tg}\varphi_\infty}}{1 + \operatorname{tg}\varepsilon \operatorname{tg}\varphi_\infty}$$

also

$$\eta_P = \frac{2\lambda_0}{\mu\lambda_\infty} \cdot \frac{1 - \operatorname{tg}\varepsilon\, \lambda_\infty}{1 + \frac{\operatorname{tg}\varepsilon}{\lambda_\infty}} \qquad (37)$$

$$v_\infty = v_0 \frac{\mu}{2} \qquad \operatorname{tg}\varepsilon = \frac{dW}{dA}$$

$$\frac{u_0}{v_0} = \lambda_0 \qquad \operatorname{cotg}\varphi_\infty = \frac{u_\infty}{v_\infty} = \lambda_\infty$$

Bezeichnet man, wie das in der Flugmechanik üblich ist, als Gleitzahl E den $\operatorname{cotg}\varepsilon$ und berechnet man aus (14) (19) (20) und (29) λ_∞ :

$$\lambda_\infty = \frac{\lambda_0 + \sigma}{\mu} \qquad (38)$$

so erhält man nach Umformung:

$$\boxed{\eta_P = \frac{2\lambda_0}{\mu} \cdot \frac{E - \lambda_\infty}{E\lambda_\infty + 1}} \qquad (39)$$

(Abb. 31.)

Ist nun $\lambda \gg k$ dann wird $\lambda_\infty \sim \frac{2\lambda_o}{\mu}$ und ist E, was fast immer der Fall sein wird, gross, also ε ein kleiner Winkel, dann wird in ( ) $1+\frac{1}{E\lambda_\infty} \sim 1$ und der Profilwirkungsgrad geht in die besonders einfache Form über

$$\eta_P = 1 - \frac{\lambda_\infty}{E} \qquad (40)$$

Leistungs- und Momentenbeiwert des Radelementes unter Berücksichtigung der Reibung werden also:

$$c_l = c_{la} \cdot \eta_P$$

$$c_d = \frac{c_l}{\lambda_o} \qquad (32)$$

(Abb 28.)

$$\boxed{c_l = 2\lambda_o^2 (\sigma - \lambda_o) \frac{\mu E - (\sigma + \lambda_o)}{\mu + E(\sigma + \lambda_o)}} \qquad (41)$$

E) Der Widerstandsbeiwert bezogen auf die Kreisfläche.

Die Kenntnis der Grösse des Widerstandsbeiwertes eines Rades bezogen auf die Radkreisfläche ist erforderlich für die Bemessung der Türme.

Es ist

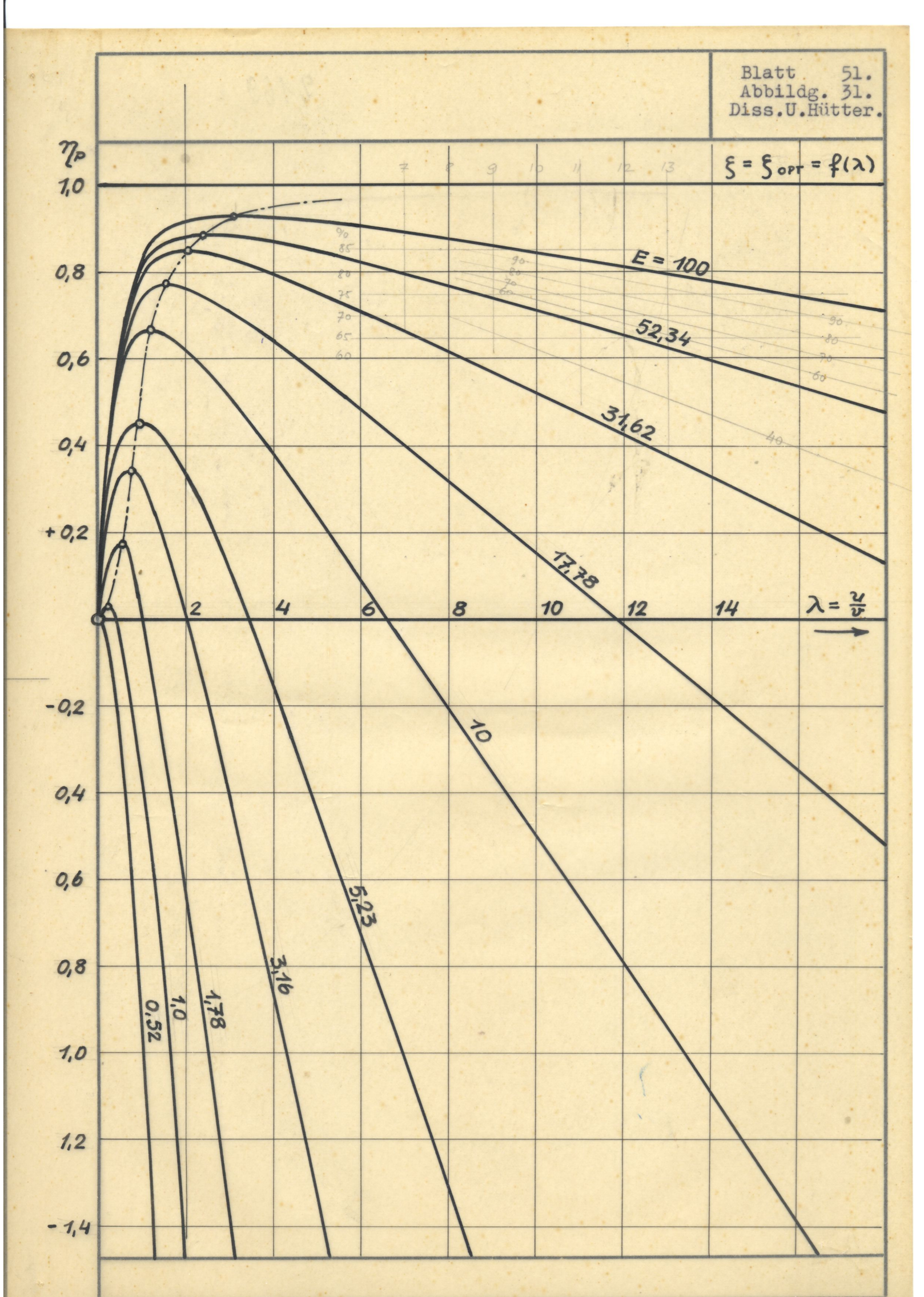
$$c_w = \frac{dS}{v_o^2 \frac{\rho}{2} dF} \qquad (42)$$

Bei Reibungsfreiheit wird mit (14) (15) und (18)

$$c_w = 2 \frac{v_\infty \rho \, dF (v_o - v_3)}{v_o^2 \rho \cdot dF} = (1+\xi)(1-\xi)$$

also

Blatt 51.
Abbildg. 31.
Diss.U.Hütter.



$$c_W = 1 - \xi^2 = k \qquad (43)$$

Ein selbstverständliches Ergebnis:
Mit zunehmender Geschwindigkeitsabminderung, also kleiner werdendem ξ nimmt c_W zu, wobei als Grenzwert $c_W = 1{,}0$ erzielt werden kann.

Bei Berücksichtigung der Reibung wird mit (15) und (40)

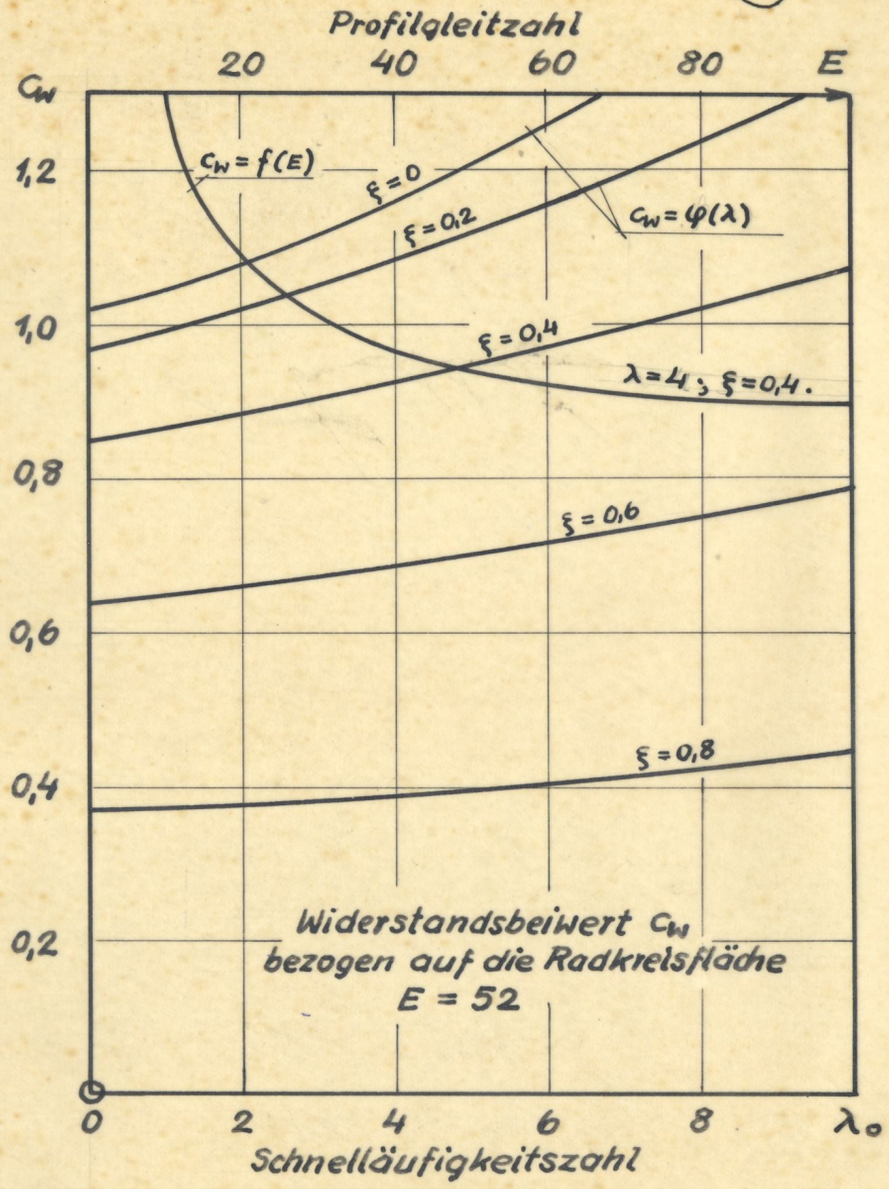
$$c_W = 2\,\frac{dA\cos\varphi_\infty + dW\sin\varphi_\infty}{v_0^2 \rho\, dF} = 2\,\frac{dS}{v_0^2 \rho\, dF}\,(1 + tg\varepsilon\, tg\varphi_\infty)$$

(Abb. 32)

$$\boxed{c_W = k\left(1 + \frac{\lambda_\infty}{E}\right)} \qquad (44)$$

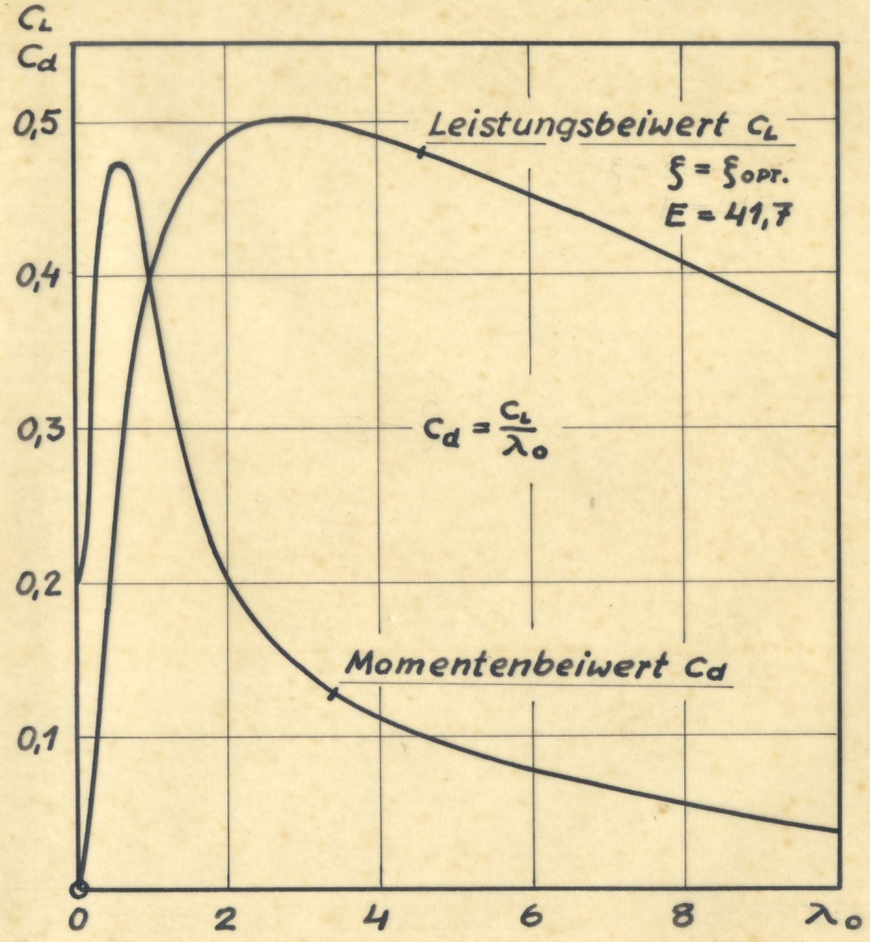
Das bedeutet, die höchsten widerstandsbeiwerte werden erzielt, wenn bei hoher Schnelläufigkeit das Profil schlechte Gleitzahlen aufweist.

(32)



(33)

Der Momentenbeiwert des Radelementes.



Für die Beurteilung der Leistung, die mit einem Windrad dem Wind tatsächlich entzogen werden kann, sowie für dieAbstimmung eines Windrades auf eine gegebene, beispielsweise elektrische Maschine ist die Kenntnis des Zusammenhanges zwischen dem Leistungsbeiwert und ~~dem Fortschrittsgrad~~ der Schnelläufigkeitszahl erforderlich. Dieser Zusammenhang wird nun zunächst für das Radelement festgestellt.

A) Die Bestimmung der Zusammenhänge zwischen λ , ξ , c_a und E.

Für die folgende Betrachtung muss man sich den Ablenkungsmechanismus, der das Radelement bildet, auch tatsächlich gebildet aus einem Gitter von Profilen vorstellen. Gegeben ist der Winkel, den die O-Anströmrichtung des Gitterprofiles mit der Drehebene des Rades einschliesst. Als fest wird angenommen: Die Anströmgeschwindigkeit v_o .
Mit einer Änderung der Drehzahl des Rades ändert sich dann die Schnelläufigkeit des Elementes. Es kann auch die Drehzahl als fest betrachtet werden und die Anströmgeschwindigkeit als veränderlich. In beiden Fällen ändert sich die Richtung der Anströmung des Profiles. Die Grösse des Auftriebs am Element ergibt sich einerseits aus dem Impuls der Luftmasse, die in der Zeiteinheit durch die Ringfläche $2r\pi dr$ (Abb.24.) durchtritt, andererseits aus dem effektiven Anstellwinkel des einzelnen Gitterprofiles und dem Anstieg des Auftriebsbeiwertes mit dem effektiven Anstellwinkel für das gegebene Gitter. Man erhält damit zwei Beziehungen für den Auftriebsbeiwert, wobei in beiden Fällen der Auftriebsbeiwert eine Funktion des Geschwindigkeitsverhältnisses ξ und der Schnelläufigkeitszahl λ_o ist. Die Grösse des Anstieges des Auftriebsbeiwertes mit dem effektiven Anstellwinkel α_∞ wurde von F.Weinig (Lit.8,9) für verschiedene Gitterteilungen berechnet.

Impuls:

$$dA = \dot{m} \cdot \Delta w_\perp \qquad (45)$$

$$\dot{m} = \varrho \cdot v_\infty \cdot 2r\pi dr$$

Allgemeine Luftkraftgleichung: $dA = \frac{1}{2} c_a \cdot w_\infty^2 \cdot \varrho \cdot z \cdot t \cdot dr$ (46)

z Blattzahl
t Blattiefe

Bezeichnet man als Gitterteilung das Verhältnis

$$\tau = \frac{2r\pi}{z \cdot t} \qquad (47)$$

dann wird: $c_a \cdot w_\infty^2 = 2\tau v_\infty \Delta w_\perp$

$$c_a = 2\tau \frac{v_\infty \Delta w_\perp}{w_\infty^2} \qquad (48)$$

darin ist

$$\Delta w_\perp = \Delta w + \Delta \tilde{u} \qquad (\text{Abb. 25.}) \quad (49)$$

$$w_\infty = w_\infty + \tilde{u}_\infty \qquad (50)$$

$$\Delta w_\perp = v_0 \sqrt{(1-\xi)^2 + (\sigma - \lambda_0)^2} \qquad (49a)$$

$$w_\infty = \frac{v_0}{2} \sqrt{\mu^2 + (\sigma + \lambda_0)^2} \qquad (50a)$$

$$v_\infty = v_0 \frac{\mu}{2} \qquad (15a)$$

(Abb. 34.)

$$\boxed{c_a = 4\tau\mu \frac{\sqrt{(1-\xi)^2 + (\sigma - \lambda_0)^2}}{\mu^2 + (\sigma + \lambda_0)^2}} \qquad (51)$$

Nach Weinig (Lit. 8, 9.) ist der Auftriebsbeiwert der Profile eines Gitters

$$c_a = 2\pi k_G \eta_d \sin \alpha_\infty \qquad (52)$$

worin α_∞ der Winkel ist, den w_∞ mit der Nullauftriebsrichtung des Profils einschliesst.

k_G gibt die Grösse des Gittereinflusses auf den Anstieg des Auftriebsbeiwertes an.

η_d die Abminderung des Anstieges von c_a infolge verschiedener Grenzschichtdicken auf Saug- und Druckseite.

$$\eta_d = f(\text{Profildicke})$$

Ist der Winkel zwischen Radebene und der Nullauftriebsrichtung β_o so wird

$$\alpha_\infty = \varphi_\infty - \beta_o \qquad (53)$$

und

$$c_a = 2\pi K_G \eta_d \cdot \sin\varphi_\infty \,(\cos\beta_o - \lambda_\infty \sin\beta_o)$$

mit

$$\sin\varphi_\infty = \frac{v_\infty}{w_\infty}$$

und

$$\lambda_\infty = \operatorname{cotg}\varphi_\infty = \frac{u_\infty}{v_\infty} \qquad (26)$$

wird

$$c_a = \frac{2\pi K_G \eta_d}{w_\infty}\,(v_\infty \cos\beta_o - u_\infty \sin\beta_o)$$

mit (19), (20) und (49a) erhält man:

(Abb.35.)

$$\boxed{c_a = \frac{2\pi K_G \eta_d}{\sqrt{\mu^2 + (\sigma+\lambda_o)^2}}\,(\mu\cos\beta_o - (\sigma+\lambda_o)\sin\beta_o)} \qquad (54)$$

Beide Beziehungen (51) und (54) sind bei gegebanem β_o, τ, K_G und η_d nur Funktionen von λ_o und ξ .

Durch Gleichsetzen von (51) und (54) kann die Grösse von ξ für gegebene λ_o bestimmt werden, womit der achsiale Leistungsbeiwert gegeben ist.

Hier führt eine graphische Rechnung am schnellsten zum Ziel. Es werden für die 4 bis 7 erforderlichen λ_o Werte die Kurven bestimmt, die c_a als Funktion von ξ darstellen, und zwar sowohl aus (51) wie aus (54).

Die im gleichen c_a/ξ Feld aufgetragenen beiden Kurvenscharen zeigen für gleiche λ_o Werte Schnittpunkte, die für das entsprechende λ_o, c_a und ξ angeben.

Aus den gemessenen Polaren des verwendeten Profiles ist der Zusammenhang zwischen Auftriebsbeiwert c_a und Gleitzahl E und damit der Profilwirkungsgrad gegeben. (Abb 38.)

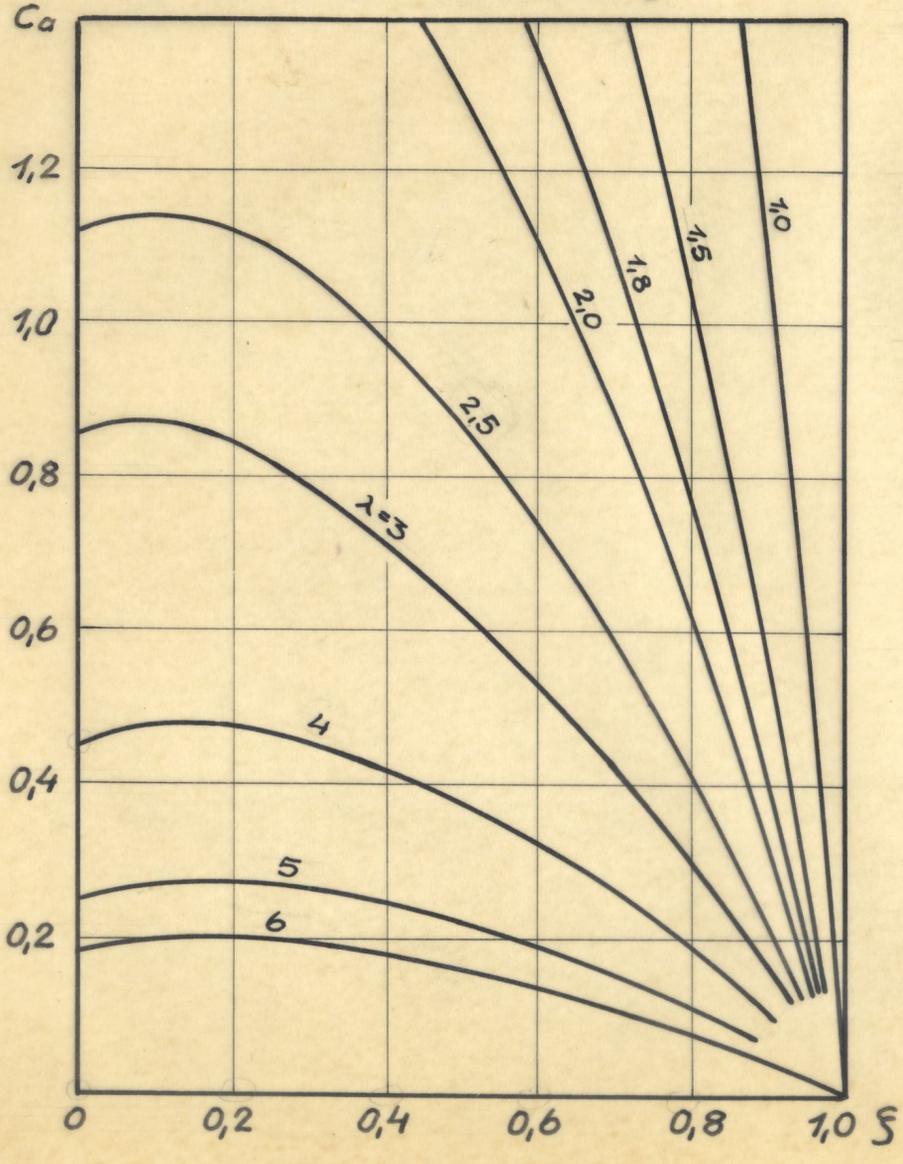
Der Zusammenhang zwischen dem Leistungsbeiwert und der Schnellläufigkeitszahl des Radelementes ist damit für den Fall un--begrenzten Anliegens der Strömung gegeben.

$$c_L = f(\lambda_o, \xi, E)$$

Dieser Fall ist gegeben bei Windrädern mit kleinem λ_o großem β_o.

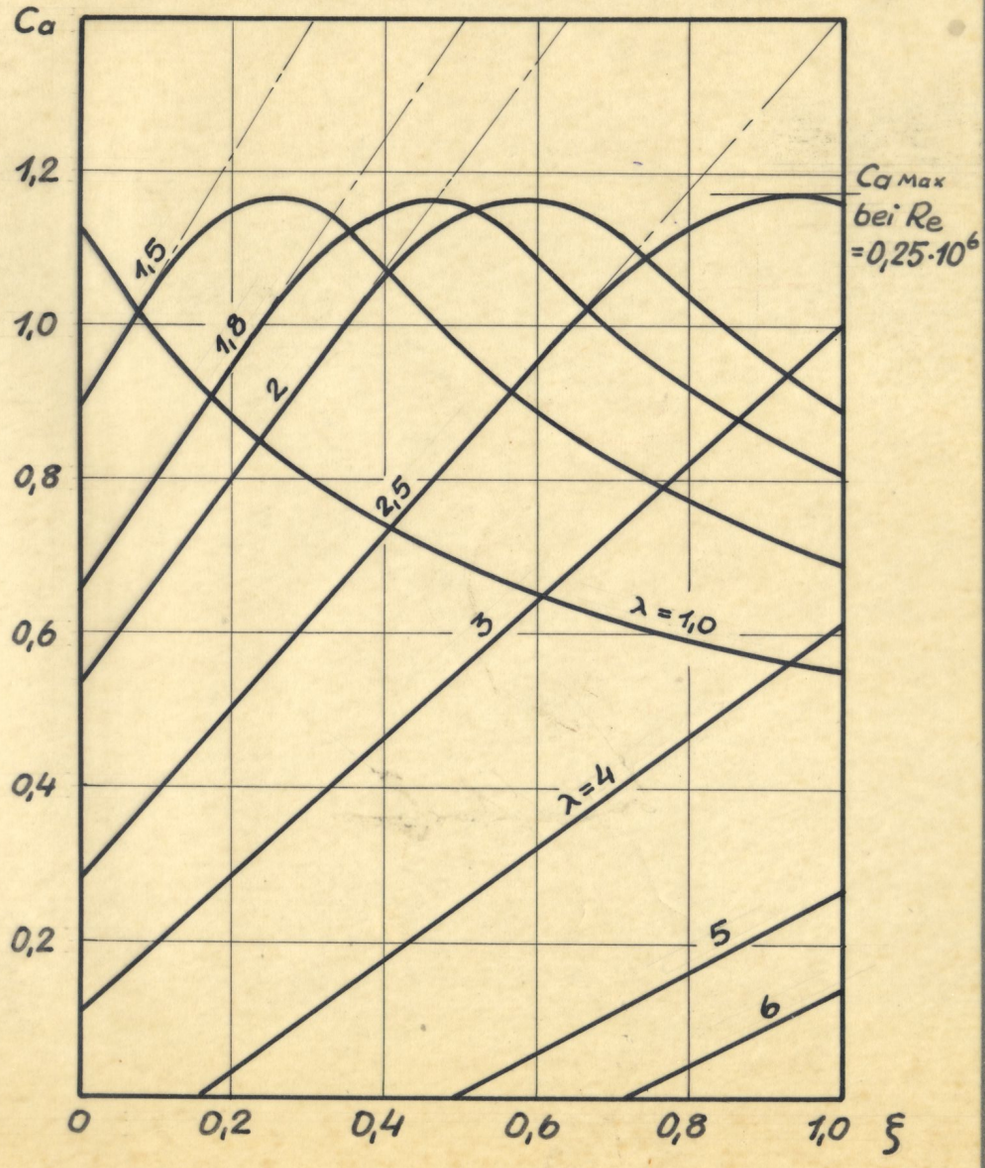
(34)

c_a aus Impulsbetrachtung



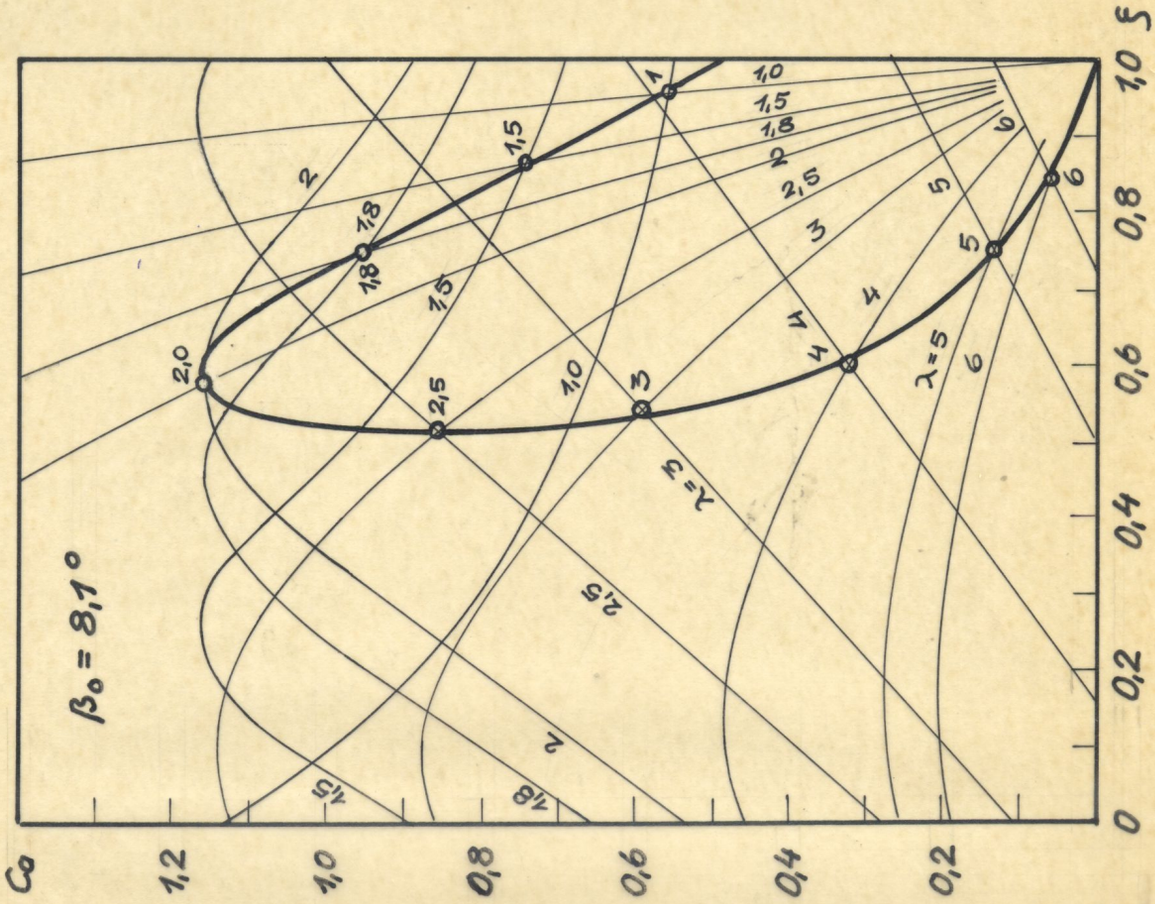
(35)

c_a aus effektivem Profilanstellwinkel.

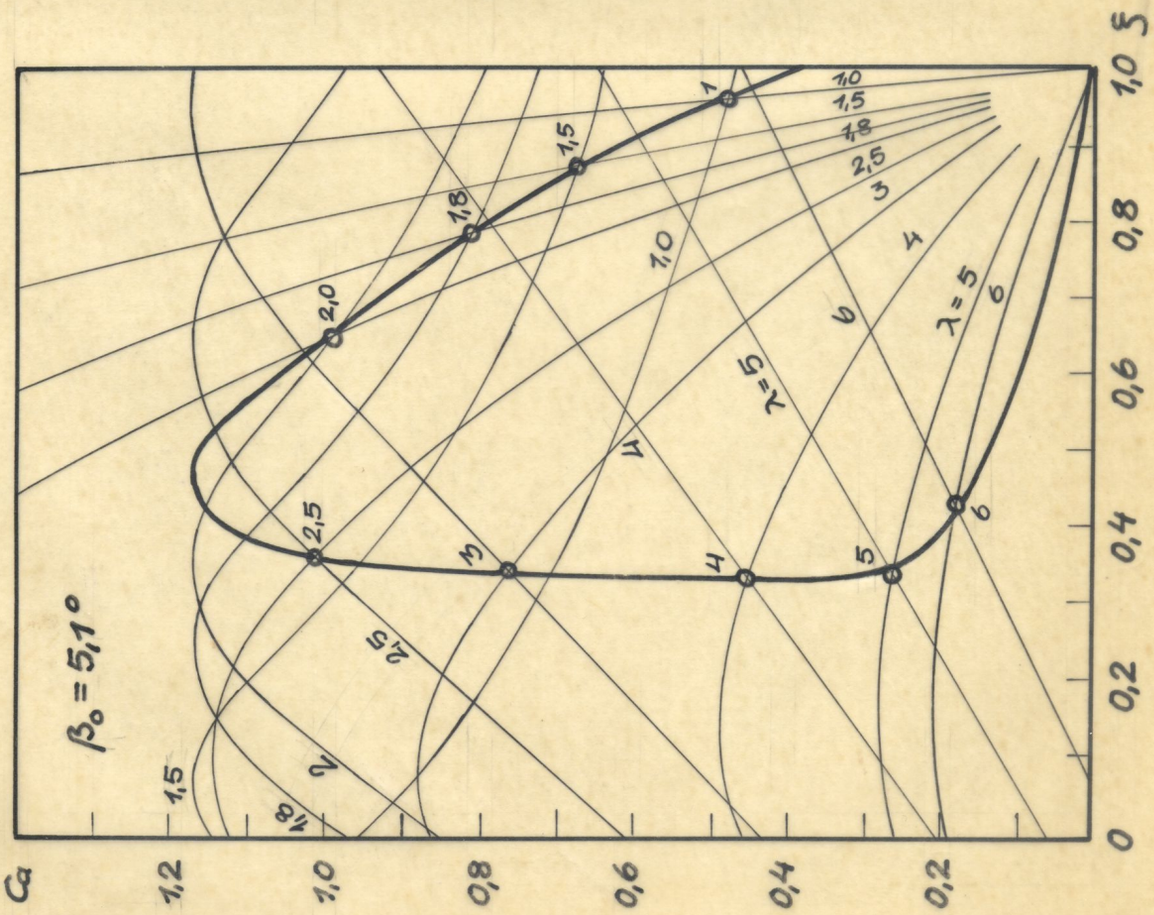


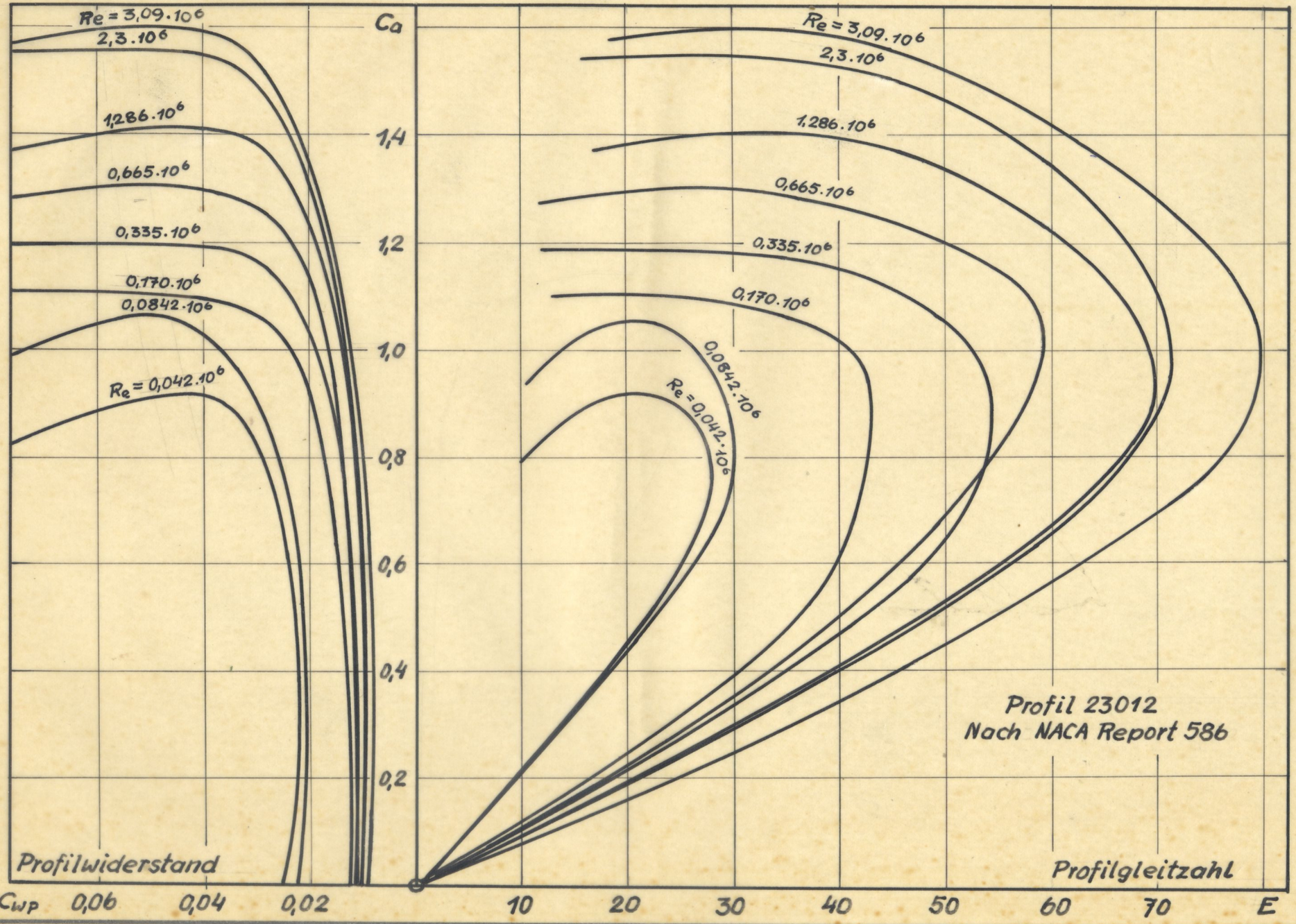
Blatt 57.
Abbildg. 34. 35.
Diss. U. Hütter.

37

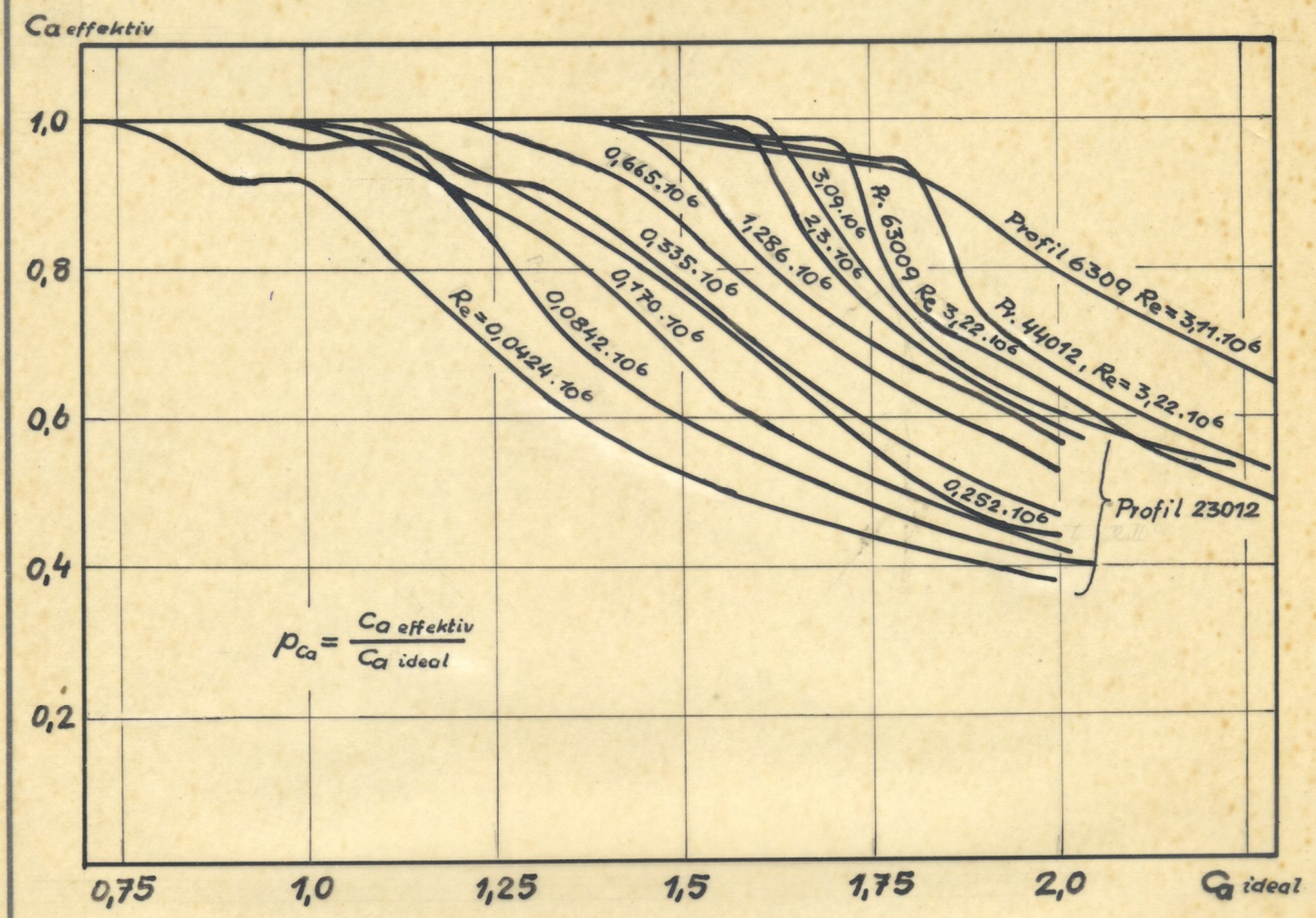


36

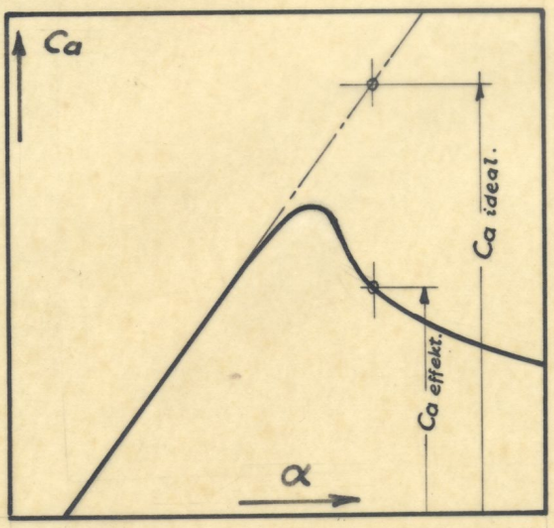




Blatt 59.
Abbildg. 38.
Diss. U. Hütter.



Nach NACA Report 586.



B) Die Berücksichtigung des Abreissens der Strömung.

Bei Radelementen, die für grosse Schnelläufigkeit entworfen sind, wenn also β_o ein kleiner Winkel ist, reisst die Strömung bei kleinen Drehzahlen (kleinen λ_o) am Blatt ab. Dieser Umstand ist in (54) nicht berücksichtigt. Aus dieser Formel können sich Auftriebsbeiwerte ergeben, die noch über c_a max. liegen. Um die tatsächlichen Auftriebsbeiwerte zu bestimmen, wird in gemessenen c_a/α -Kurven der lineare c_a Verlauf über c_a max. fortgesetzt und das Verhältnis des daraus sich ergebenden Idealwertes von c_a zu dem tatsächlichen c_a -Wert bestimmt. (Abb. 39.)

$$p_{c_a} = \frac{c_{a\ effektiv}}{c_{a\ ideal}} \qquad (55)$$

Diese Verhältniszahl ist eine Funktion von $c_{a\ ideal}$ (Abb. 39.) Die aus (54) sich ergebenden c_a -Werte, mit den entsprechenden p_{c_a} -Werten multipliziert, ergeben den tatsächlichen Zusammenhang zwischen c_a und ξ für das gegebene λ_o (Abb. 35÷37.) Zu berücksichtigen ist noch, dass die Grösse von c_a max. eine Funktion der Reynouldszahl ist (Abb. 38, 39.).

C) Die Anwendung auf das ganze Rad.

Das für ein bestimmtes Element eines Rades gefundene λ_o/c_L Diagramm kann unter folgenden Voraussetzungen als gültig für das ganze Rad betrachtet werden:

1) Der Abstand des "wirksamen" Elementes von der Drehachse muss bei gleichmässiger Strahlbelastung gleich dem Schwerpunktsabstand eines Radkreisflächensektors von derselben sein, also

$$r_{wirksam} \sim 0{,}75\, r_a$$

Aus der gemessenen Geschwindigkeitsverteilung im Strahl bzw. aus der Berücksichtigung des Dralleinflusses und des Einflusses der stetigen Wirbelablösung erhält man

$$r_{wirksam} \sim 0{,}72\, r_a \qquad (56)$$

2) Die Schnelläufigkeitszahl des wirksamen Elementes muss auf das λ_o bei $r = r_a$ umgerechnet werden.

$$\lambda_{o\,r=r_a} = \lambda_r \cdot \frac{r_a}{r} \qquad (57)$$

3) Durch eine weitere Korrektur von λ_o muss berücksichtigt werden, dass β_o, K_G und η_d über den Blattradius veränderlich sind.
Alle λ_o -Werte werden mit dem Korrekturfaktor

$$p_\lambda = \frac{2}{r_a^2\, \lambda_{r\,wirks.\,max.}} \int_0^{r_a} \lambda_{r_{max}} \cdot r\, dr \qquad (58)$$

multipliziert.

Die Schnelläufigkeitszahl bei $c_L = 0$, λ_{max} wird bei $\xi = 1$, —— erreicht.

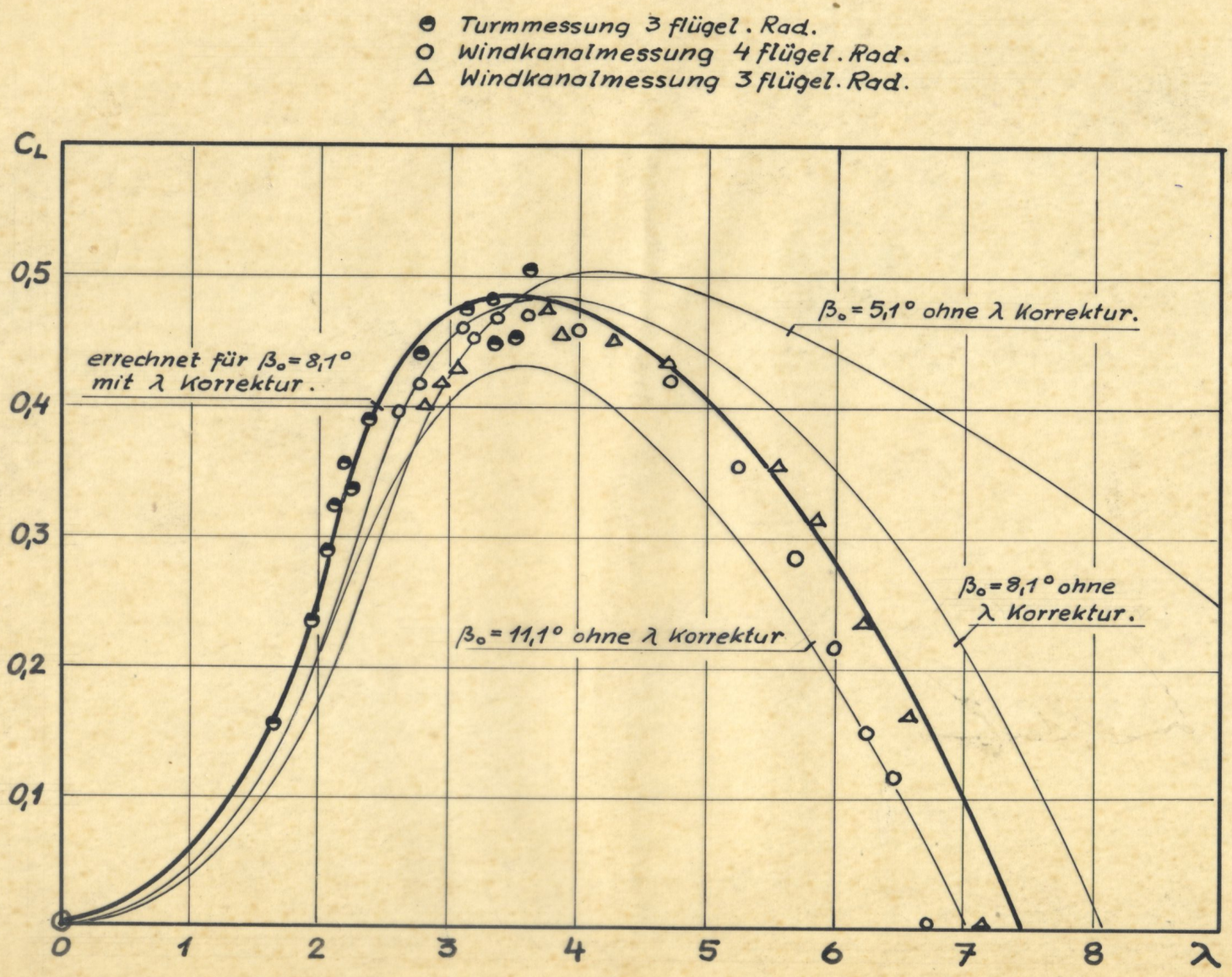
$$\lambda_{o\,max} = -\frac{\beta_o}{2n} + \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\beta_o^2}{4n^2}} \qquad n = \frac{c_{wp}}{2\pi\, \eta_d\, K_G} \qquad (59)$$

Man erhält dieses Ergebnis aus der Bedingung, dass $dT = 0$ sein muss. Dann ist nämlich:

$$(60) \qquad \frac{c_{wp}}{2\pi K_G \eta_d} = \operatorname{arctg} \frac{1}{\lambda_{o\,max}} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{\lambda_{o\,max}} - \beta_o \right) \quad *$$

Auf Abbildung 40 ist das Ergebnis der Berechnung eines λ_o / c_L -Diagrammes für ein Rad bestimmter Form nach dem hier erläuterten Verfahren mit Messungen an diesem Rade im Windkanal und auf Turm I der Ventimotor Versuchsanlage verglichen.
Auf Abbildung 60 sind die gemessenen λ_{max} -Werte den nach Formel 59 berechneten Werten gegenübergestellt.

* In Formel 59 ist $\operatorname{arctg} \frac{1}{\lambda_{max}} \sim \frac{1}{\lambda_{max}}$ gesetzt. gültig für große λ_o .



Blatt 63.
Abbildg. 40.
Diss. U. Hütter.

6) Das ganze Rad .

Die bisherigen Betrachtungen bezogen sich auf das Radelement, das durch einen Ablenkungsmechanismus dargestellt wurde, der zwar die Eigenschaften von Flügelprofilen haben, über den gesamten Umfang jedoch eine gleichmässige Beeinflussung der Strömung bewirken sollte.

Tatsächlich ist aber über den Umfang nur eine endliche Anzahl von Profilen gleicher Tiefe geordnet, deren Grösse jedoch in radialer Richtung, also in Richtung der Achsen der einzelnen Blätter veränderlich ist.

Auch die Zirkulation ist in radialer Richtung veränderlich, daher geht von jedem Blatt eine Wirbelschicht ab, die aus den unendlich benachbarten Wirbelfäden der in Strömungsrichtung sich fortsetzenden Zirkulationselemente herrührt. Diese Wirbelschicht beeinflusst die Abström- und die Anströmrichtung des Elementes. Es stellt sich bei gegebener Tiefenverteilung über dem Radius eine ganz bestimmte Zirkulationsverteilung ein, wobei das Kennzeichnende aller Verteilungen, die verwirklicht werden können, die stetige Abnahme der Zirkulation nach den beiden Blattenden bei r=o und r = ra ist. Als Folge einer solchen stetigen Wirbelablösung ergibt sich am Tragflügel ein zusätzlicher, induzierter Widerstand. Die Wirkung am Windrad besteht dagegen in erster Linie darin, dass über den ganzen Bereicht von r = o bis r = ra das ideale Geschwindigkeitsabminderungsverhältnis sich nicht verwirklichen lässt, also der Luft weniger Energie entzogen wird, als bei ∞ Blattzahl entzogen werden könnte. Dazu kommt noch, dass bei örtlichen kleinen Auftriebsbeiwerten, die sich bei grosser örtlicher Tiefe aber kleiner örtlicher Zirkulation ergeben,

$$c_a = \frac{2\Gamma}{t \cdot w} \qquad (61)$$

nur geringe Profilgleitzahlen erreicht werden. Ein günstiges Geschwindigkeitsverhältnis kann also z.B. an der Blattspitze nicht durch grosse Profiltiefe erzwungen werden. Der schlechte örtliche Profilwirkungsgrad η_p würde den Gewinn am Achsialleistungsbeiwert c_{La} aufheben.

Wäre dagegen an einer Stelle die örtliche Blattiefe zu klein, dann könnte dort schon bei einem Betriebszustand ein Abreissen der Strömung mit allen ihren Nachteilen eintreten, bei dem an anderen Stellen des Blattes die Luftkraft noch nicht ausreicht, um die erforderliche achsiale Geschwindigkeitsabminderung zu erzielen.

A) Der Grundumriss.

Um die Voraussetzungen für die folgenden Überlegungen zu schaffen wird zunächst jene Tiefenverteilung bestimmt, die (ohne Rücksicht auf die Möglichkeit einer Verwirklichung) für jeden Radius das gleiche Geschwindigkeitsverhältnis ξ beziehungsweise das optimale Geschwindigkeitsverhältnis ergeben würde, wenn die gegenseitige Beeinflussung der einzelnen Blattelemente ausgeschaltet wäre, was dem Flügel unendlicher Spannweite in der Tragflügeltheorie entspräche:

Die Energie der mit einem bestimmten gegebenen Geschwindigkeitsverhältnis durch einen Kreisringsektor über den Winkel $\gamma = \frac{2\pi}{z}$ * durchtretenden Luftmasse wird gleichgesetzt der Leistung der an dem Blattelement von der Tiefe t wirkenden Luftkraft. Dabei wird zunächst angenommen, dass das Blatt verlustlos arbeitet.

$$L_{IDEAL} = dT_{id.} \cdot r \cdot \omega_0 = dR_{id.} \sin\varphi_\infty \cdot r \cdot \omega_0 \qquad (62)$$

$$L_\gamma = \frac{\rho}{2} v_\infty \cdot \gamma \cdot r \cdot dr \,(v_0^2 - v_3^{*2}) \qquad (63)$$

$$L_\gamma = L_{IDEAL}$$

$$\sin\varphi_\infty = \frac{v_\infty}{w_\infty}$$

$$dR_{id.} = t_0 \cdot dr \cdot c_R \cdot w_\infty^2 \frac{\rho}{2} \qquad c_R \sim c_\alpha$$

damit wird nach Umformung:

$$c_R \cdot t = \gamma \frac{v_0^2 - v_3^{*2}}{\omega_0 \cdot w_\infty} \qquad (64)$$

(42)

* Abb 24.

Diese Formel lässt eine sehr einfache Deutung zu: Multipliziert man nämlich beide Seiten der Gleichung mit $\frac{w_\infty}{2}$ so erhält man die Zirkulation

$$\Gamma = \frac{\gamma}{2\omega_0}(v_0^2 - v_3^{*2}) = c_a \cdot t \cdot \frac{w_\infty}{2}$$

mit $$\omega_0 = \frac{u_0}{r}$$

$$v_0^2 - v_3^{*2} = 2u_0\left(\sqrt{v_0^2\kappa + u_0} - u_0\right) \qquad (22)$$

wird

$$\boxed{\Gamma = r \cdot \gamma \cdot v_0(\sigma - \lambda_0)} \qquad (65)$$

Macht man an jeder Stelle $\xi = \xi_{opt}$, so erhält man diejenige Zirkulationsverteilung, die dem kleinsten Austrittsverlust entspricht.
Bei drallfreier Strömung ist $v_3^* = v_3$ und $v_0^2 - v_3^{*2} = v_0^2 \cdot \kappa$ also

$$(66) \qquad \Gamma = \frac{\gamma \cdot v_0^2 \kappa}{2\omega_0} = \text{konstant}$$

wenn auch ξ = konstant.

was dem Rechteckflügel ∞ Spannweite entspricht.

Aus (65) ergibt sich

$$c_a \cdot t \cdot \frac{w_\infty}{2} = r \cdot \gamma \cdot v_0(\sigma - \lambda_0)$$

Nun ist aber

$$w_\infty = \frac{v_0}{\sqrt{2}}\sqrt{\mu + \lambda_0(\sigma + \lambda_0)} \qquad (50a)$$

also

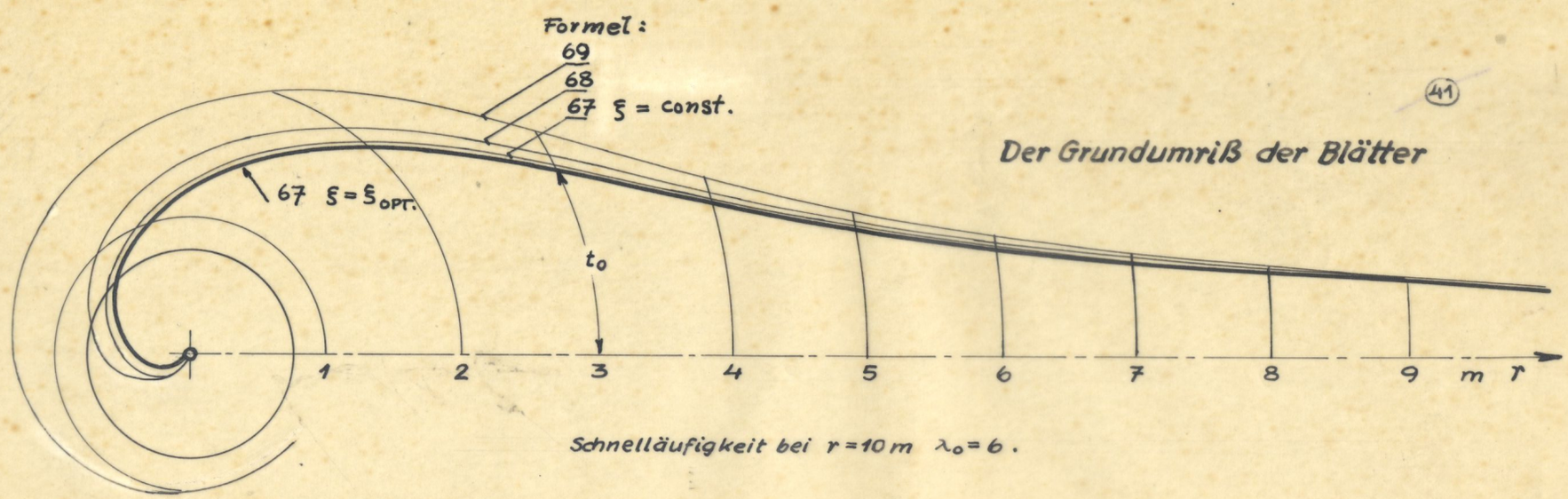
$$t_0 = 2^{1,5} \cdot \frac{r\gamma}{c_a} \cdot \frac{\sigma - \lambda_0}{\sqrt{\mu + \lambda_0(\sigma + \lambda_0)}}$$

$$\boxed{t_0 = \frac{r\gamma}{c_a} \cdot \textcircled{H} \qquad \textcircled{H} = 2{,}8284 \frac{\sigma - \lambda_0}{\sqrt{\mu + \lambda_0(\sigma + \lambda_0)}}} \qquad (67)$$

Die Verteilungsfunktion $\textcircled{H}$ ist lediglich vom Geschwindigkeitsverhältnis und der Schnelläufigkeitszahl abhängig.

Eine bedeutende Vereinfachung des Ausdruckes für erhält man mit folgender Umformung von σ :

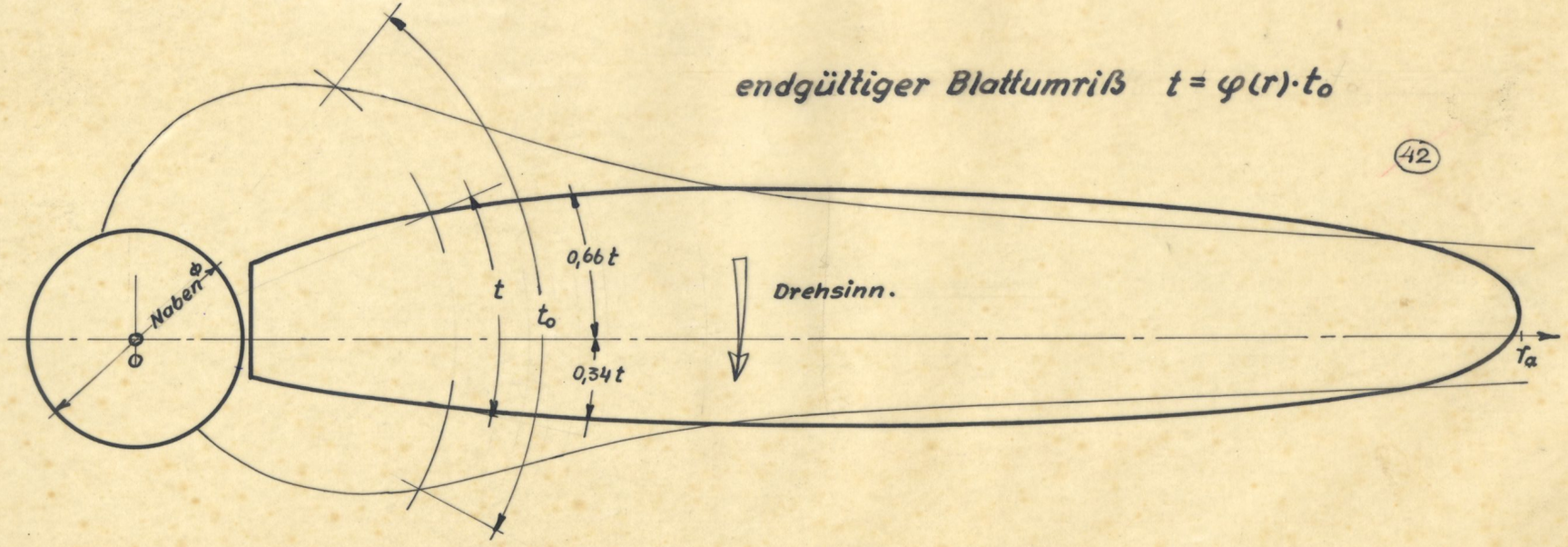
$$\sigma = \lambda_0\sqrt{1 + \frac{\kappa}{\lambda_0^2}} \sim \lambda_0\left(1 + \frac{\kappa}{2\lambda_0^2}\right) \qquad (28a.)$$



(41)

Der Grundumriß der Blätter

Schnelläufigkeit bei r = 10 m $\lambda_o = 6$.



endgültiger Blattumriß $t = \varphi(r) \cdot t_o$

(42)

damit wird

$$\Theta = \frac{K}{\lambda_0^2 + \frac{2\mu+K}{8}} \qquad (68)$$

In erster Näherung für $\lambda_0 \gg K$

$$\Theta \sim \frac{K}{\lambda_0^2} \qquad (69)$$

(Abb 41.)

B) Die Beiwerte des ganzen Rades bei unendlicher Blattzahl.

Die Grösse der Tiefe der einzelnen Blätter nimmt mit zunehmender Blattzahl ab. Nach (67) ist $t_0 = \frac{2r\pi\Theta}{z\,c_a}$

Mit der Blattiefe wird aber auch die Zirkulation $\Gamma = 0{,}5\, t\, c_a\, w$ und damit der Zirkulationsabfall $\frac{d\Gamma}{dr}$ nach den Blattenden zu kleiner.
Bei unendlicher Blattzahl verhält sich das ganze Rad wie die Summe der dieses bildenden Radelemente.

Die Grössen der Beiwerte c_L, c_d und c_W können einfach durch Integration über den Blattradius aus den örtlichen Beiwerten der Elemente bestimmt werden.

Der Leistungsbeiwert

$$c_L = \frac{2}{r_a^2}\int_0^{r_a} c_{Lr}\, r\, dr \qquad (70)$$

worin $c_{Lr} = f(r)$ ist

da $\lambda_r = r\,\frac{\lambda_a}{r_a}$ dem Radius direkt proprotional ist.
Die Bestimmung des Momentenbeiwertes aus dem Leistungsbeiwert ist einfach: $c_d = \frac{c_L}{\lambda_a}$
Die Grösse des Widerstandsbeiwertes des ganzen Rades wird ebenfalls durch Integration über den Blattradius bestimmt.

$$c_W = \frac{2}{r_a^2}\int_0^{r_a} c_{Wr}\, r\, dr \qquad (71)$$

Die Integration wird in beiden Fällen am besten graphisch durchgeführt, da durch dieBerücksichtigung der Reibung bei der veränderlichen Blattdicke und der dadurch bedingten Veränderlichkeit der Gleitzahl die Rechnung unerträglich kompliziert werden würde.

C) Der Einfluss der stetigen Wirbelablösung.

Bei endlicher Blattzahl muss der Einfluss der stetigen Wirbelablösung berücksichtigt werden. Nach Betz (Lit 3) wird dies durch Rechnung mit einem reduzierten Durchmesser gemacht:

$$D_{red} = D - 0{,}44\, t_0 \qquad (72)$$

Prandtl* ersetzt die nach rückwärts abgehenden Wirbelschichten durch ein System von Ebenen quer zur Stromrichtung und berechnet aus dieser idealisierten Annahme ebenfalls einen reduzierten Durchmesser:

$$D_{red} = D\left(1 - 1{,}39\,\frac{\sin\varphi_\infty}{z}\right) \qquad (73)$$

Der Zirkulationsabfall gegen die Flügelspitzen ist durch die Beziehung gegeben

$$\Gamma = \frac{8\,r_a}{z}\cdot\frac{v_\infty}{\lambda_0}\,\arccos e^{-\frac{1-\frac{r}{r_a}}{2\pi}\cdot\frac{z}{\sin\varphi_\infty}} \qquad (74)$$

Für die Vorausberechnung des Leistungsbeiwertes und die Abschätzung des Einflusses der Blattzahl genügen diese Formeln vollauf.

Für einen Vergleich verschiedener Blattumrisse miteinander kann die Zirkulationsverteilung über den Blattradius bei gegebener Blattform ausgehend von der bekannten Prandtlschen Integral-gleichung , unter Berücksichtigung der über den Blattradius veränderlichen Anblasegeschwindigkeit v_∞ und des Einflusses der schraubenförmig in Stromrichtung abgehenden Wirbelflächen berechnet werden.

* (Lit.14.) Die Rechnung wurde durchgeführt für Luftschrauben mit kleinem Fortschrittsgrad.

Aus der örtlichen Grösse der Zirkulation und der gegebenen Blattiefe wird der örtliche Auftriebsbeiwert bestimmt. Damit ist sowohl E gegeben, wie auch das Geschwindigkeitsverhältnis ξ . Dieses wird aus c_a und der aus den getroffenen Annahmen bekannten Schnelläufigkeitszahl aus Formel 51 (graphisch) berechnet.
Aus Formel 41 erhält man mit den so gefundenen Werten den örtlichen Leistungsbeiwert c_{Lr}.
Durch Integration über r nach (70) erhält man den Leistungsbeiwert des ganzen Rades.

D) Die günstigste Blattzahl.

Aus (73) kann das Verhältnis der Leistungsbeiwerte eines Rades von z Blättern mit dem eines Rades von ∞ Blattzahl berechnet werden.

(Abb 43.)

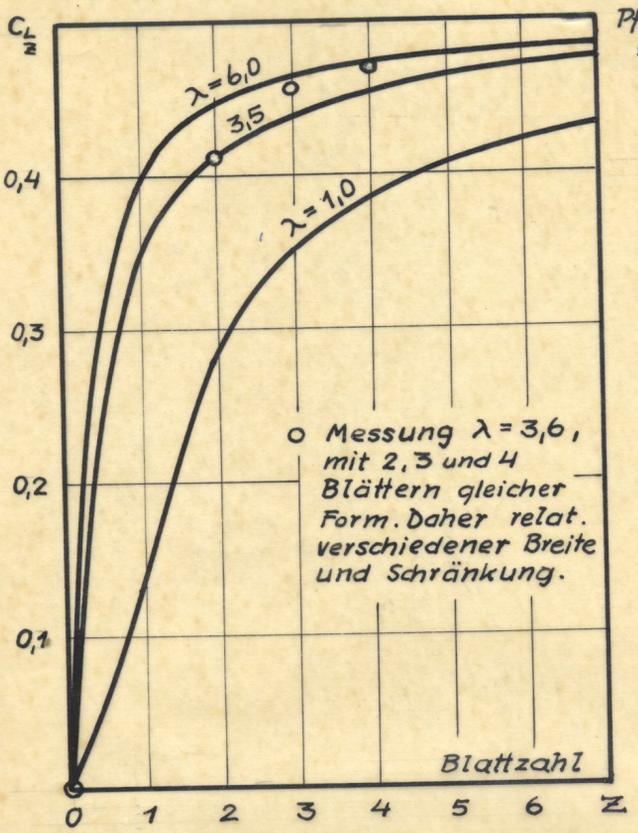
$$c_{Lz\ \text{Blätter}} = c_{L\,z=\infty}\left(1 - 1{,}39\,\frac{\sin\varphi_\infty}{z}\right)^2 \qquad (75)$$

Der Einfluss der Blattzahl auf den Leistungsbeiwert ist bei grosser Schnelläufigkeit wesentlich geringer als bei kleinem λ_o.

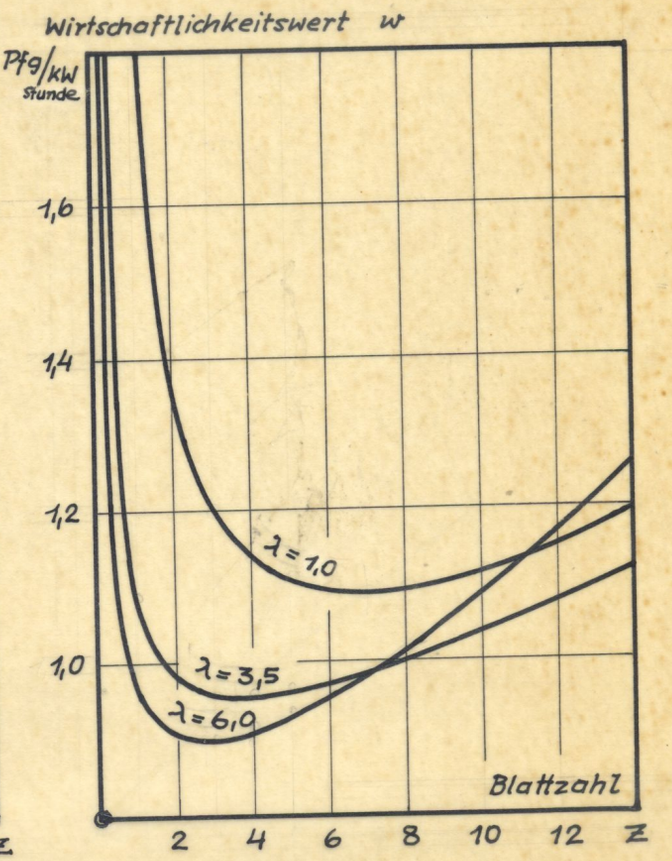
Eine Vergrösserung der Blattzahl bringt eine Verteuerung des Rades mit sich, die nahezu proportional der Blattzahl ist. Das erklärt sich daraus, dass proportional der Blattzahl die Zahl der Einzelteile des Rades wächst, während die Gewichte der einzelnen Blätter wegen der Abnahme der Bauhöhe nur wenig abnehmen. Man kann damit, wie in Abschnitt 3/B die Kosten von Anlagen mit Rädern verschiedener Blattzahlen bestimmen. Auf diese Weise erhält man den Wirtschaftlichkeitswert einer Anlage mit einem Rad von z Blättern. (Vergleich mit den in 3/B gewonnenen Werten.) :

$$w_z = w_{z=3}\,\frac{c_{Lz}}{c_{L\,z=3}}\cdot\frac{K_{A\,z=3}}{K_{Az}} \qquad (76)$$

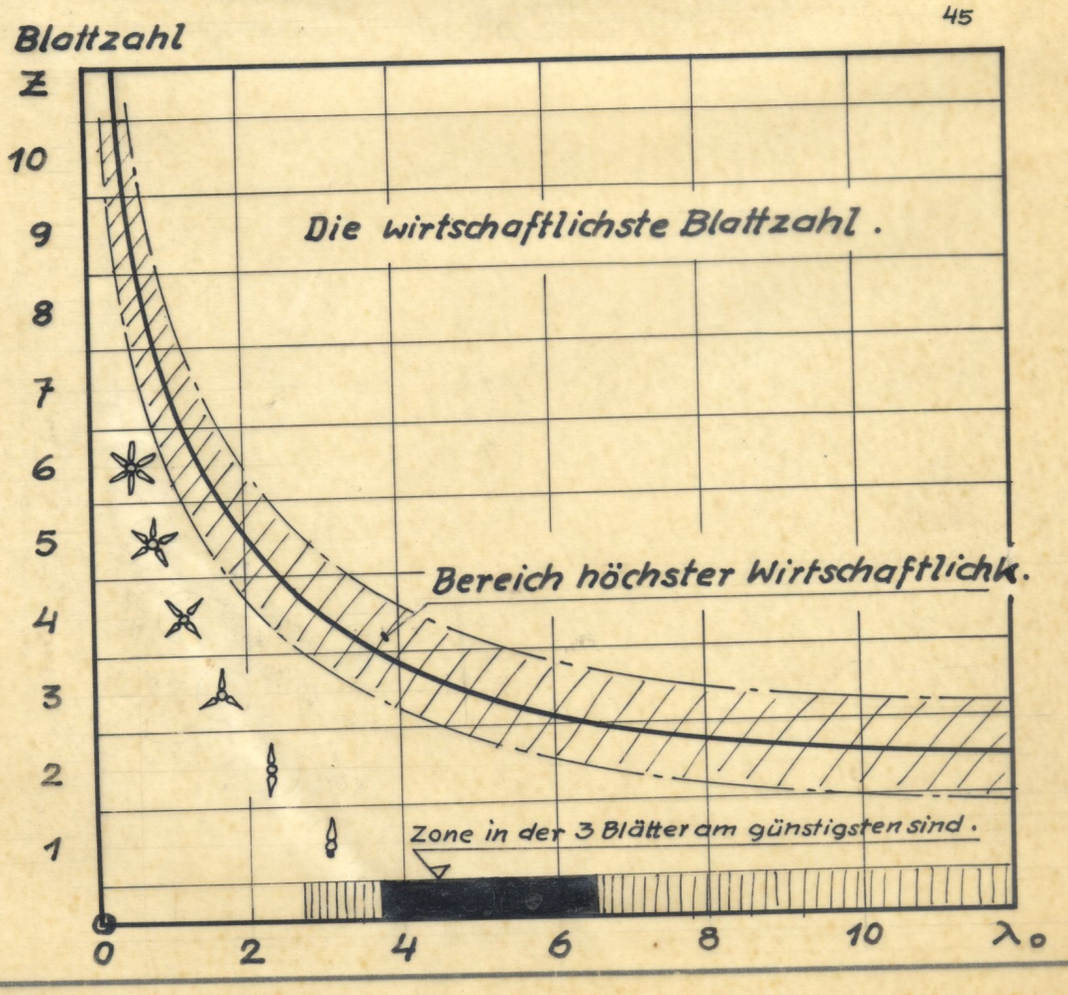
43


C_L
z
λ=6,0
3,5
λ=1,0
0,4
0,3
0,2
0,1
o Messung λ=3,6, mit 2,3 und 4 Blättern gleicher Form. Daher relat. verschiedener Breite und Schränkung.
Blattzahl
0 1 2 3 4 5 6 z

44


Wirtschaftlichkeitswert w
Pfg/kW Stunde
1,6
1,4
1,2
1,0
λ=1,0
λ=3,5
λ=6,0
Blattzahl
2 4 6 8 10 12 z

45


Blattzahl
z
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
Die wirtschaftlichste Blattzahl.
Bereich höchster Wirtschaftlichk.
Zone in der 3 Blätter am günstigsten sind.
0 2 4 6 8 10 λo

(Die Wirtschaftlichkeitswerte der in Abschnitt 3 behandelten Anlagen waren für die Blattzahl $z = 3$ berechnet worden.)

Das Ergebnis der Rechnung zeigt, dass für hohe Schnelläufigkeiten die günstigste Blattzahl niederer ist, als für kleine λ_o. (Abbildungen 44 und 45.)
Im Bereich der λ_o Werte für die bei den erreichbaren Profilgleitzahlen das Optimum des Leistungsbeiwertes erzielt wird ($\lambda_o \sim 4 \div 7$), ist der Bestwert der Blattzahl $z_{optimum} = 3$.

Der Bestwert des Leistungsbeiwertes von Windmühlen liegt bei $\lambda_o \sim 1{,}8$ bis 2,2. Bei der Berechnung von deren günstigster Blattzahl ist zu berücksichtigen, dass die Turmkosten nicht in Rechnung gestellt werden brauchen.

Damit ist der Einfluss des Anstieges der Blattkosten grösser, als bei Elektroanlagen.
Die uralte Windmüllererfahrung von der günstigsten 4-Zahl der Flügel erhält damit ihre Bestätigung.

Auch dass Langsamläufer hohe Blattzahlen haben müssen, wird erklärlich.

E) Die Winkelverteilung über dem Radius.

Als Einstellwinkel der einzelnen Profile eines Windradblattes soll der Winkel β_o verstanden werden, den die 0 - Anströmrichtung des Profiles mit der Drehebene des Rades einschliesst. Die Verteilung dieses Winkels über dem Radius wird durch folgende Grössen bestimmt:

1) durch die effektive Schnelläufigkeitszahl λ_∞ des betreffenden Schnittes,

2) durch den örtlichen Auftriebsbeiwert c_{ar}, der erzielt werden soll, (nicht den, der unter Berücksichtigung der stetigen Wirbelablösung tatsächlich erzielt wird),

3) durch die Gitterkonstante k_G

4) durch die Profilkonstante η_d.

Es ist: $$c_a = 2\pi \eta_d k_G \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{\lambda_\infty} - \beta_0 \right)$$

also $$\boxed{\beta_0 = \operatorname{arctg} \frac{1}{\lambda_\infty} - \frac{c_a}{2\pi \eta_d k_G}} \qquad (77)$$

Der günstigste Blattumriss wird für einen bestimmten Auftriebsbeiwert berechnet. (Für den $E \sim E_{opt.}$ ist.)
Da die massgebende Grösse aber nicht der Auftriebsbeiwert, sondern die Zirkulation und damit das Produkt $c_a \cdot t$ ist, können dadurch, dass man örtliche Abweichungen vom Bestwert des c_a in Kauf nimmt, fabrikatorisch besonders einfache Blattumrisse verwirklicht werden.
Durch Korrektur des Schränkungsverlaufes kann das $c_a \cdot t$ auf die erforderliche Grösse gebracht werden.

E) Profile für Windradflügel:

Die Profilauswahl erfolgt bei Windrädern ausschliesslich nach dem Gesichtspunkt, bestmögliche Gleitzahlen zu erreichen. Deren Abhängigkeit von den einzelnen Profilkenngrössen, Dicke, Dickenlage, Kontur, Wölbungshöhe, Wölbungslage* und von der Reynoldszahl kann aus den zahllosen Veröffentlichungen über Flügelprofile entnommen werden. (Lit. 21 bis 28.)

Ausser einem möglichst hoch liegenden Bestwert der Gleitzahl E muss man bestrebt sein, auch noch ein Profil mit möglichst flachem Gleitzahloptimum zu verwenden, weil dadurch die Kuppe des λ/c_L Diagrammes verbreitert wird und die Verluste des Rades bei den ständig schwankenden Betriebsbedingungen klein bleiben.

Die Lage des Gleitzahloptimums auf der Polare hängt von der Profildicke und der Wölbungshöhe ab und wird für fast alle in Frage kommenden Profile ungefähr bei $c_a \sim 0{,}7 \div 0{,}9$

* alle diese Werte werden in % der Profiltiefe angegeben.

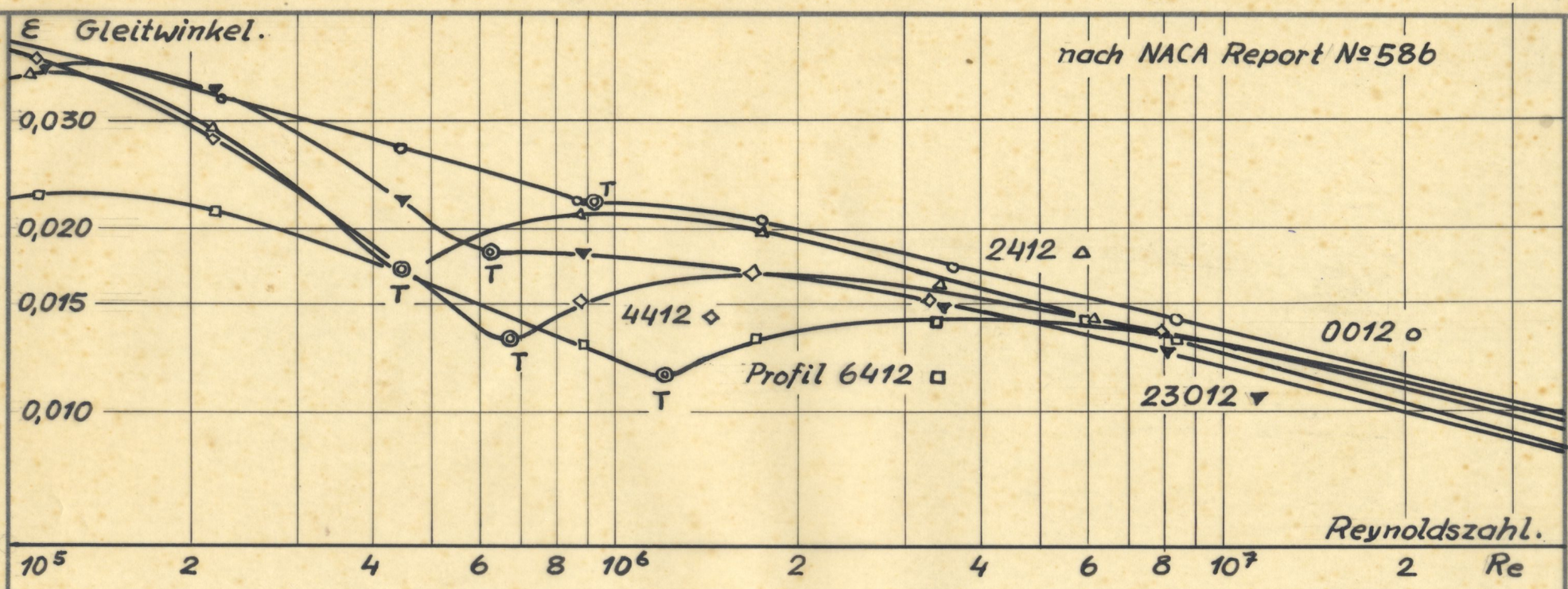
erreicht (Abb. 48)

Bei Veränderung von Dicke und Wölbung eines Profils zeigt sich, dass das Gleitzahloptimum von dickeren Profilen bei einer geringeren Wölbungshöhe liegt, als bei dünneren Profilen. Die günstigste Wölbungshöhe wird also nicht in erster Linie durch die Wölbung der Skelettlinie, sondern durch die Wölbung der Profilsaugseite bestimmt. Diese Tatsache kommt sehr deutlich zum Ausdruck, wenn man die Bestwerte von E aus einer systematischen Wölbungs- und Dickenvariation in ein Feld mit Linien konstanter Saugseitenwölbung einträgt. (Abb. 50.)
Die Grösse der laminaren Anlaufstrecke an einem Profil hängt ab von der Reynouldszahl und der Profilform. Grosse Anlaufstrekken haben geringe Profilwiderstände, also gute Gleitzahlen zur Folge. Die Re-Zahl, bei der die Gleitzahl eines Profiles ein Maximum erreicht hängt unter anderem auch ab von der Wölbungshöhe. Bei gegebener Re-Zahl kann allein durch die Wahl einer ganz bestimmten Wölbung eine Gleitzahl erreicht werden, die erst bei um ein Vielfaches grösseren Re-Zahlen erzielt werden könnte. Der schon erwähnte innige Zusammenhang zwischen Profildicke und günstigster Wölbungshöhe behält auch hier seine Gältigkeit. (Abb. 46 und 47.)

Die Abhängigkeit der Gleitzahl von der Wölbungslage ist gegenüber den erwähnten Abhängigkeiten bedeutend geringer. Ein ziemlich flaches Optimum liegt bei ca 2o% Wölbungsrücklage. (Abb 49.)

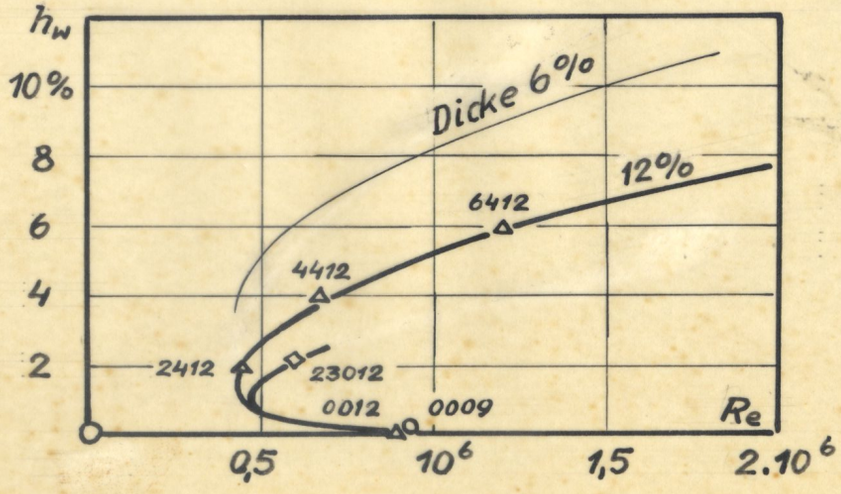
Die Wurzel der einzelnen Blätter von Windrädern muss aus Festigkeitsgründen fast immer mit ziemlich grosser Bauhöhe ausgeführt werden. Es taucht hier, wie auch im Flugzeugbau, nun die Frage auf, ob es günstiger ist, diese grosse Bauhöhe mit Profilen grosser prozentualer Dicke oder mit Profilen kleiner prozentualer Dicke aber grosser Tiefe zu erreichen. Bis zu sehr grossen Profildicken ist die Verdickung des Profiles unter Beibehaltung der aus dem optimalen Umriss zu erwartenden Tiefe vorteilhafter, wie der Vergleich der Gleitwinkeländerungen

bei Dickenvergrösserung unter Beibehaltung der Profiltiefe mit der Gleitwinkeländerung bei Tiefenvergrösserung unter Beibehaltung der Profildicke zeigt. (Abb. 51.)



46

47

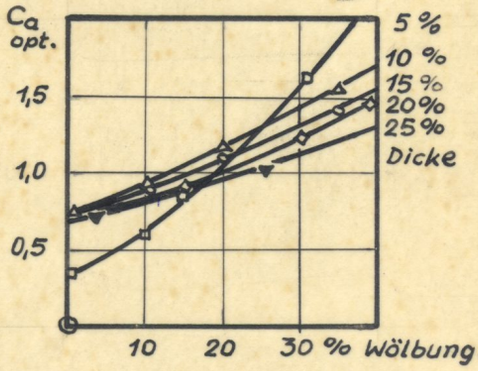


optimale Wölbungshöhen in % der Tiefe.

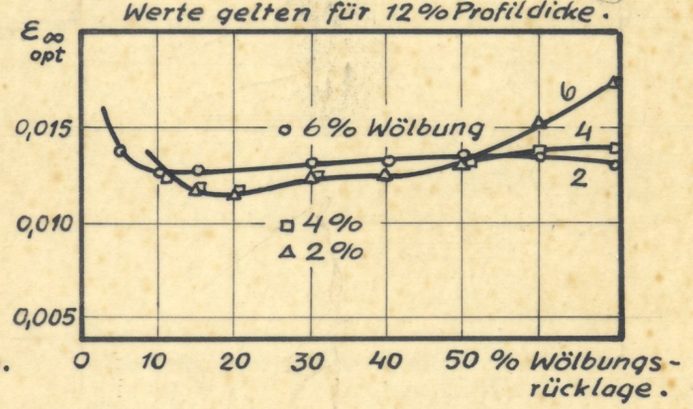
Reynoldszahl im Tiefpunkt T.

Blatt 76.
Abbildg. 46.47.
Diss. U. Hütter.

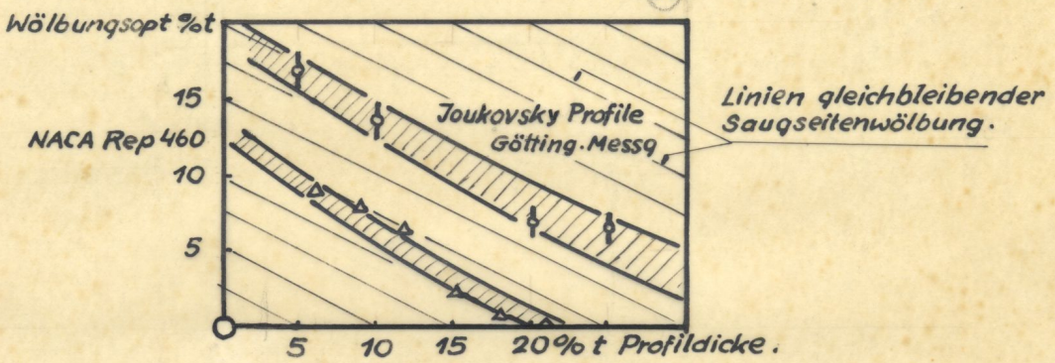
48


$c_{a\,opt.}$
1,5
1,0
0,5
5 %
10 %
15 %
20%
25%
Dicke
10
20
30 % Wölbung.

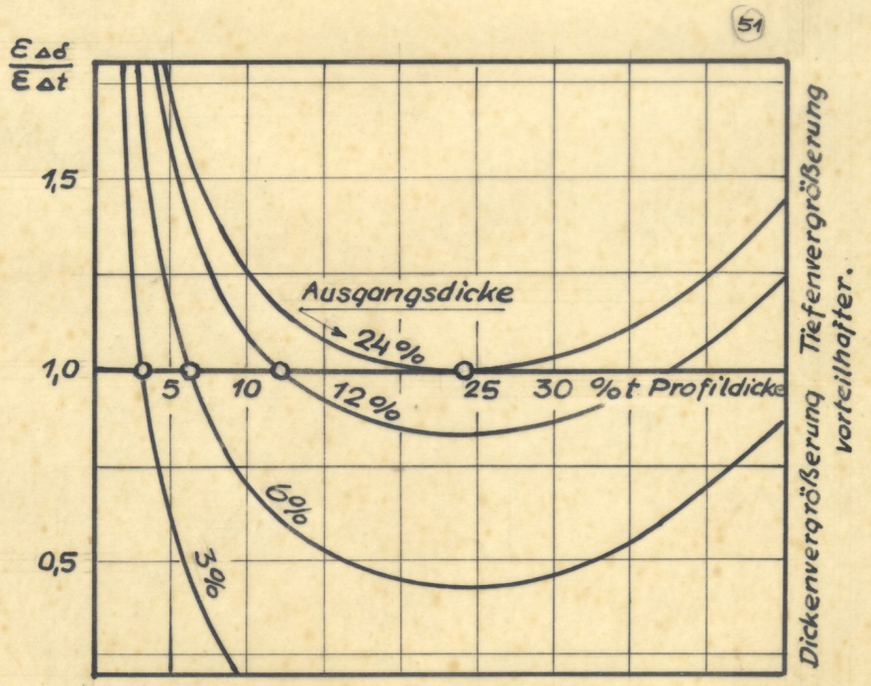
49

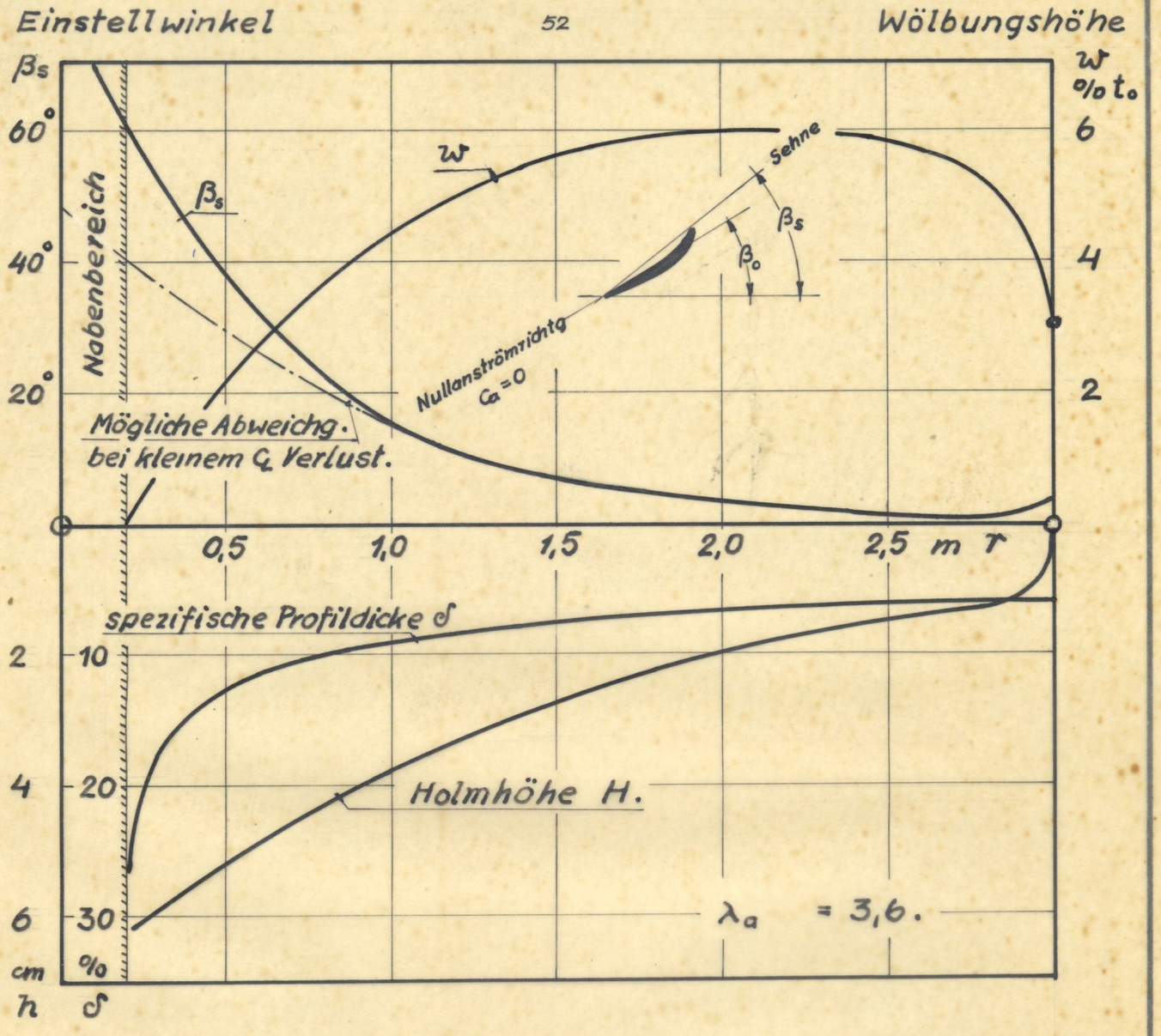

Werte gelten für 12 % Profildicke.
$\varepsilon_{\infty\,opt}$
0,015
0,010
0,005
o 6 % Wölbung
□ 4 %
△ 2 %
6
4
2
0
10
20
30
40
50 % Wölbungs-rücklage.

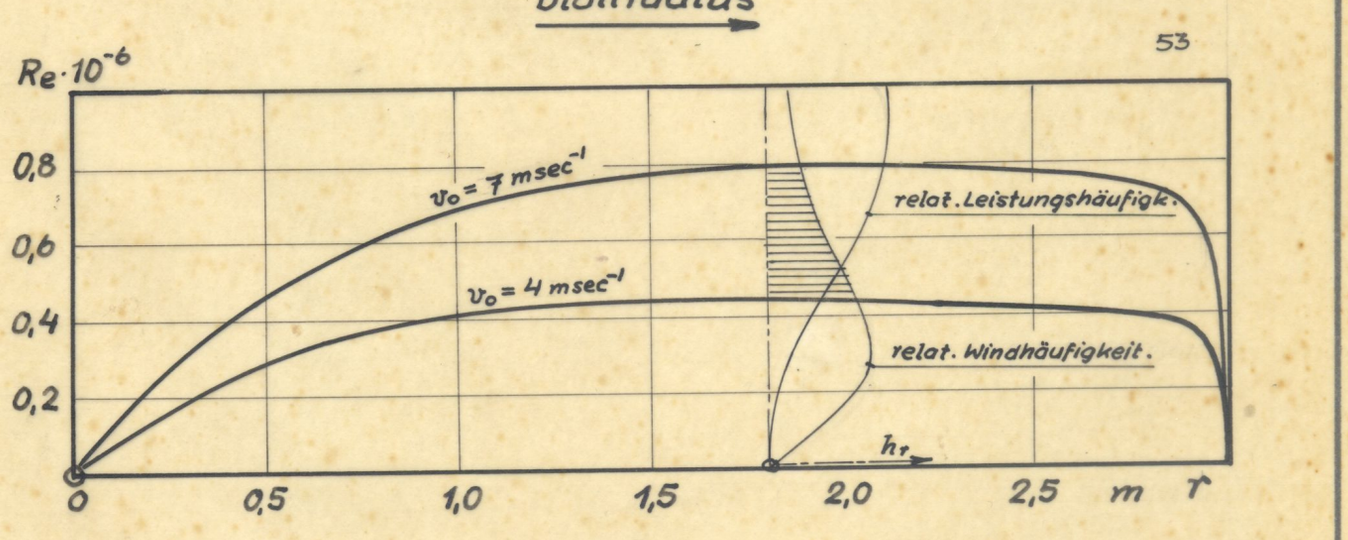
50


Wölbungsopt %t
15
NACA Rep 460
10
5
Joukovsky Profile
Götting. Messg.
Linien gleichbleibender Saugseitenwölbung.
5
10
15
20 % t Profildicke.

51


$\frac{\varepsilon_{\Delta d}}{\varepsilon_{\Delta t}}$
1,5
1,0
0,5
Ausgangsdicke
24 %
12 %
6%
3%
5
10
25
30 %t Profildicke
Dickenvergrößerung Tiefenvergrößerung vorteilhafter.


Einstellwinkel
52
Wölbungshöhe
β_s
60°
40°
20°
Nabenbereich
β_s
w
w % t₀
6
4
2
Sehne
β_s
β_o
Nullanströmrichtg
$c_a = 0$
Mögliche Abweichg.
bei kleinem c_a Verlust.
0,5
1,0
1,5
2,0
2,5 m r
spezifische Profildicke δ
2
10
4
20
6
30
cm
%
h
δ
Holmhöhe H.
λ_a = 3,6.


Blattradius
53
$Re \cdot 10^{-6}$
0,8
0,6
0,4
0,2
$v_o = 7\ m\,sec^{-1}$
$v_o = 4\ m\,sec^{-1}$
relat. Leistungshäufigk.
relat. Windhäufigkeit.
h_r
0
0,5
1,0
1,5
2,0
2,5 m r

A) Windmessung.

Eigene Windmessungen des Verfassers erstreckten sich lediglich auf den Bereich zwischen o,o1 und 1 m Höhe über dem Boden. Die Messungen wurden zu dem Zweck durchgeführt, den Verlauf der Geschwindigkeitszunahme mit der Höhe auch in diesem untersten Bereich rein qualitativ festzustellen. Es wurden daher keine langjährigen Mittelwerte gebildet, sondern nur das Verhältnis der Geschwindigkeit in dem angegebenen Bereich zur Geschwindigkeit in etwa 2 m Höhe über dem Boden vermessen.
Die Messung der Windgeschwindigkeit in 2 m Höhe über dem Boden wurde mit einem Schalenkreuzanemometer und einer Bruhn'schen Doppeldüse mit angeschlossenem Flüssigkeitsmanometer durchgeführt. Die Messung der Geschwindigkeit in den einzelnen Höhenlagen erfolgte mit einer Prandtl'schen Düse und einem Mikromanometer. (Abb. 64).

B) Leistungsmessungen an einem Windradmodell im 2 m Ø-Windkanal des FKFS in Stuttgart-Untertürkheim.

Bei dieser Messung mussten gleichzeitig gemessen werden:

die Strahlgeschwindigkeit,

der Achsialschub des Rades,

das Drehmoment des Rades und

dessen Drehzahl.

Die Strahlgeschwindigkeit wurde mit einem Betz'schen Mikromanometer entsprechend der in den "Ergebnissen der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen" 4.Lieferung, Seite 12, veröffentlichten Ausführung gemessen.
Der Achsialschub wurde normal ausgewogen. Das Drehmoment wurde von einer Wirbelstrombremse erzeugt und ebenfalls durch Wägung bestimmt. (Siehe Beilage 2). Durch Veränderung des durch den

und3.

Anker der Wirbelstrombremse geschickten Stromes konnte das Drehmoment vom Waagenraum aus verändert werden. Die Drehzahl des Rades wurde stroboskopisch mit einem Zeiss-Gerät gemessen. (Abb. 54 bis 62 und 65,66.)

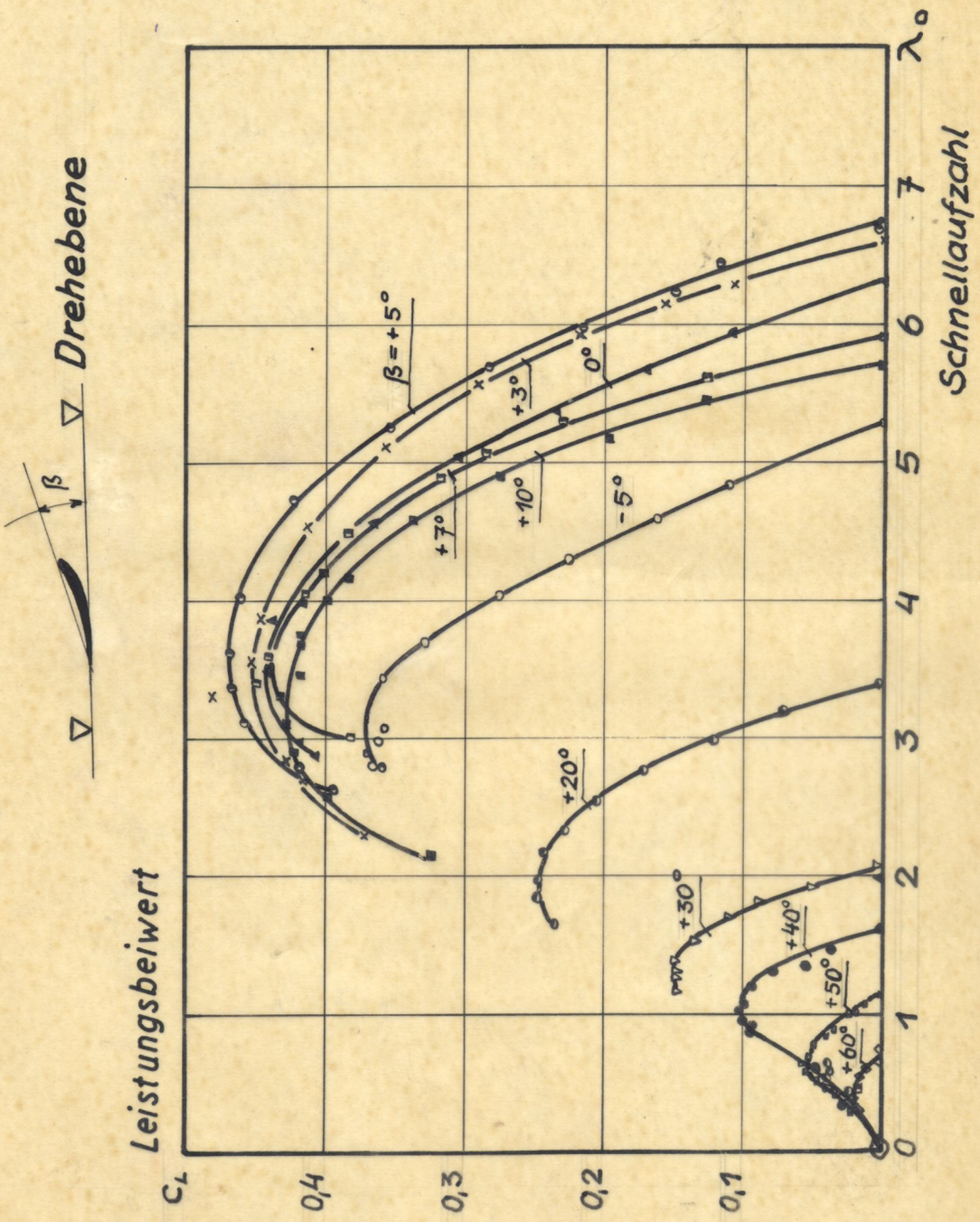
C) Messung der Geschwindigkeitsverteilung im Abstrom eines Modellwindrades im Windkanal der Ingenieurschule in Weimar.

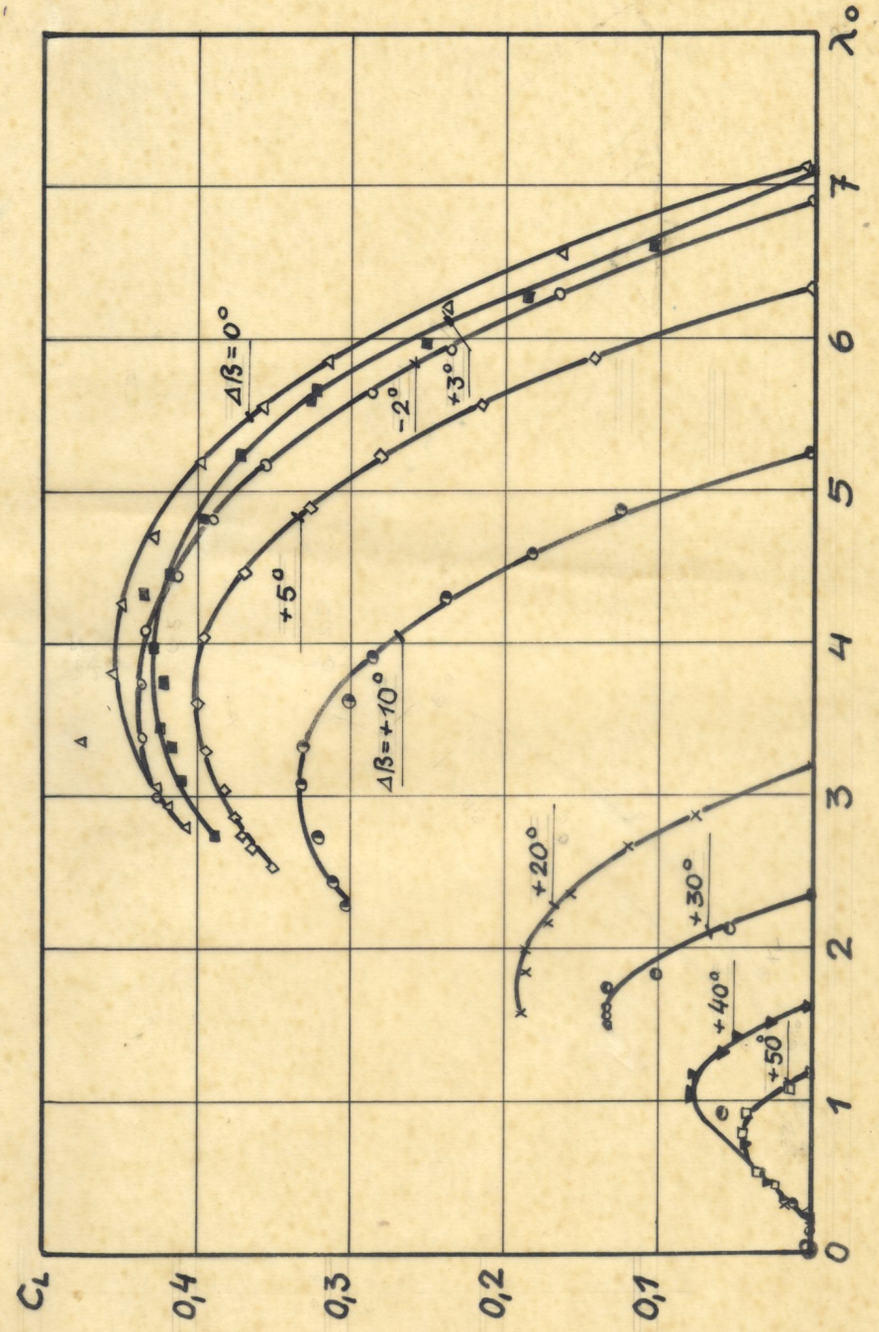
Um Anhaltspunkte über die Luftkraftverteilung über den Blattradius sowie über den Geschwindigkeitsausgleich im Abstrom eines Windrades zu erhalten, wurde ein maßstabgetreues Modell des 5,7 m ø-Rades (siehe Beilage 4) im o,6 m ø-Windkanal der Ingenieurschule Weimar vermessen. Es ist dies ein Eiffel-scher Windkanal und daher ist es sehr schwer, die Geschwindigkeit im Strahl konstant zu halten. Die Achsialgeschwindigkeit im Abstrom des Modelles wurde ebenso wie die Geschwindigkeit an dem Vergleichspunkt ausserhalb der Radkreisebene mit einer Prandtl-Düse und einem Mikromanometer gemessen. (Abb. 4 und 67,68.). Die Grösse der Geschwindigkeitsschwankung an beiden Manometern wurde durch längere Beobachtung festgestellt. Nach Umrechnung auf die Geschwindigkeit im Bezugspunkt wurde dann die Geschwindigkeitsschwankung an der Meßstelle durch den Grösstwert und den Kleinstwert der beobachteten Geschwindigkeit angegeben. In der Wiedergabe der Meßergebnisse auf Abbildung 4 sind diese Grösst- und Kleinstwerte eingetragen. Der Bereich zwischen diesen beiden Werten ist eng schraffiert.

Zum Vergleich mit den im Windkanal am Modell gewonnenen Ergebnissen wurde auch eine Messung auf Turm I der Versuchsanlage im freien Luftstrom durchgeführt. Es ergab sich gute Übereinstimmung der beiden Messungen. (Abb.4)

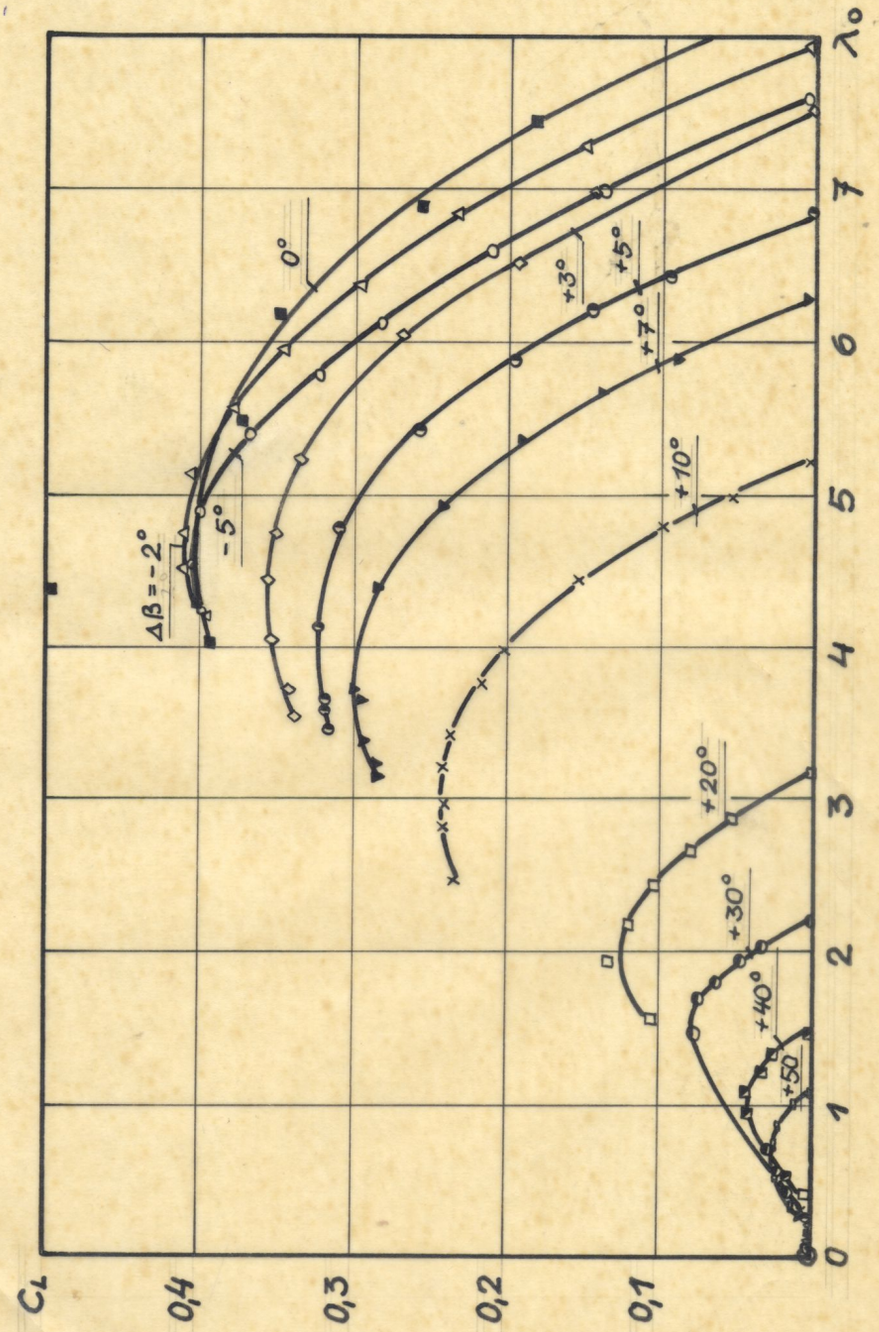
Ergebniße der Messungen am 1,34 m Modell.

Blatt 81.
Abbildg. 54.
Diss.U.Hütter.

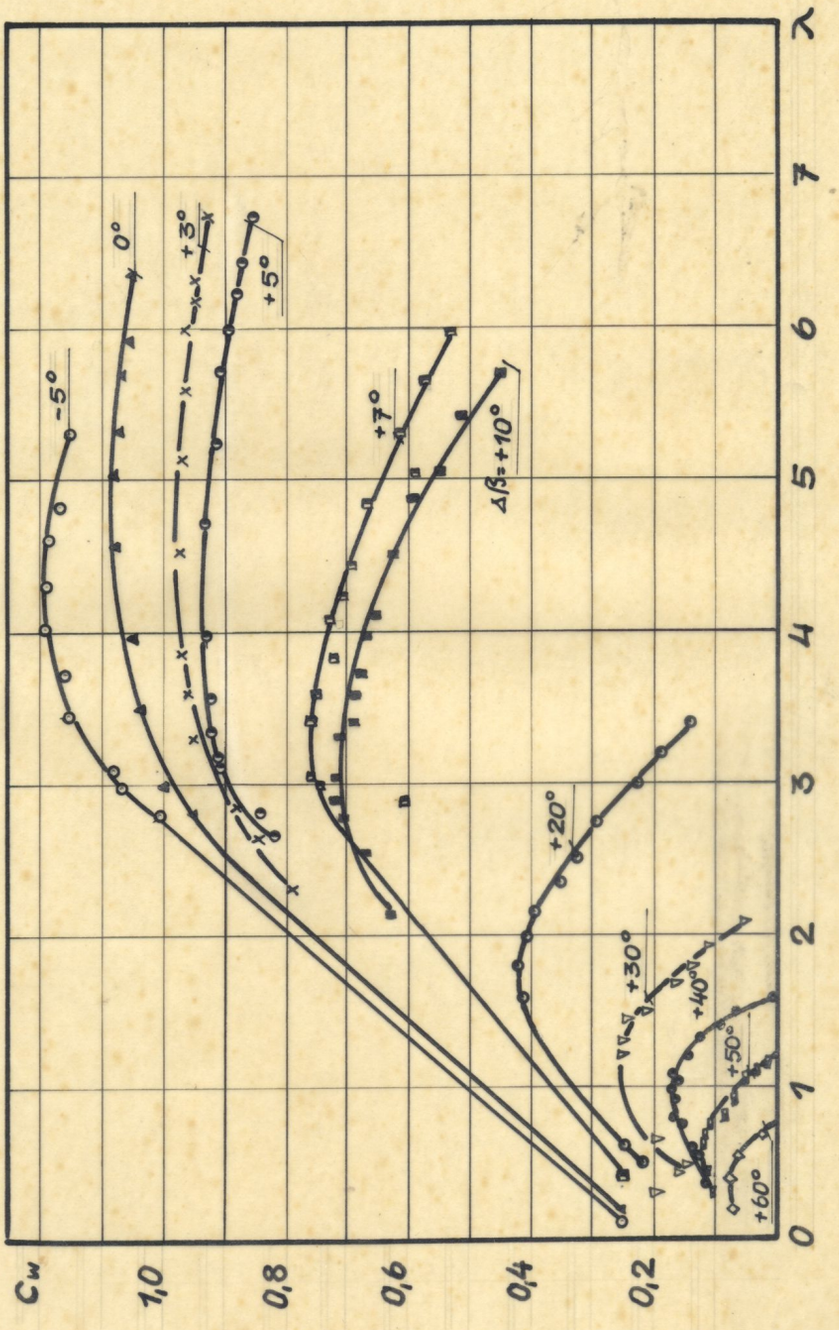




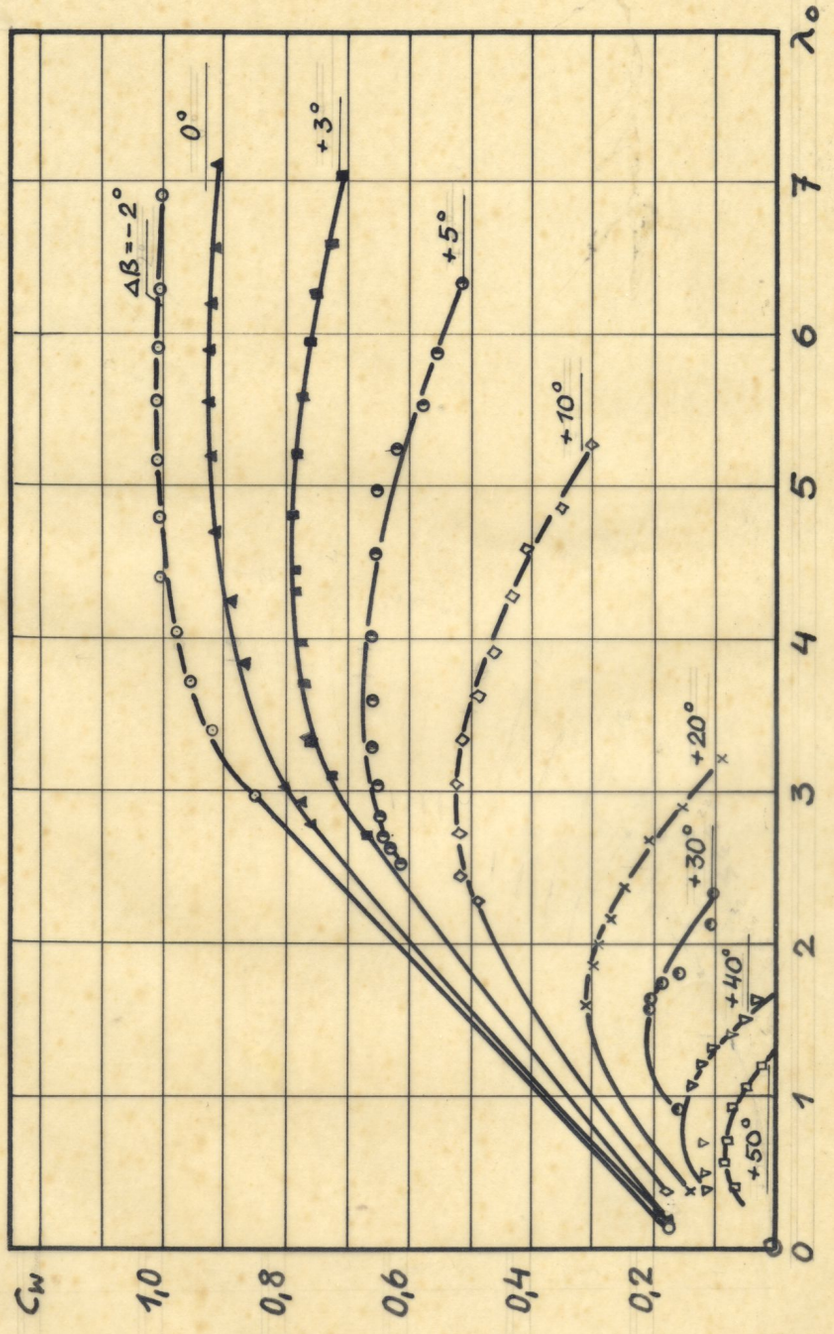
3 flügeliges Rad.



2 flügeliges Rad

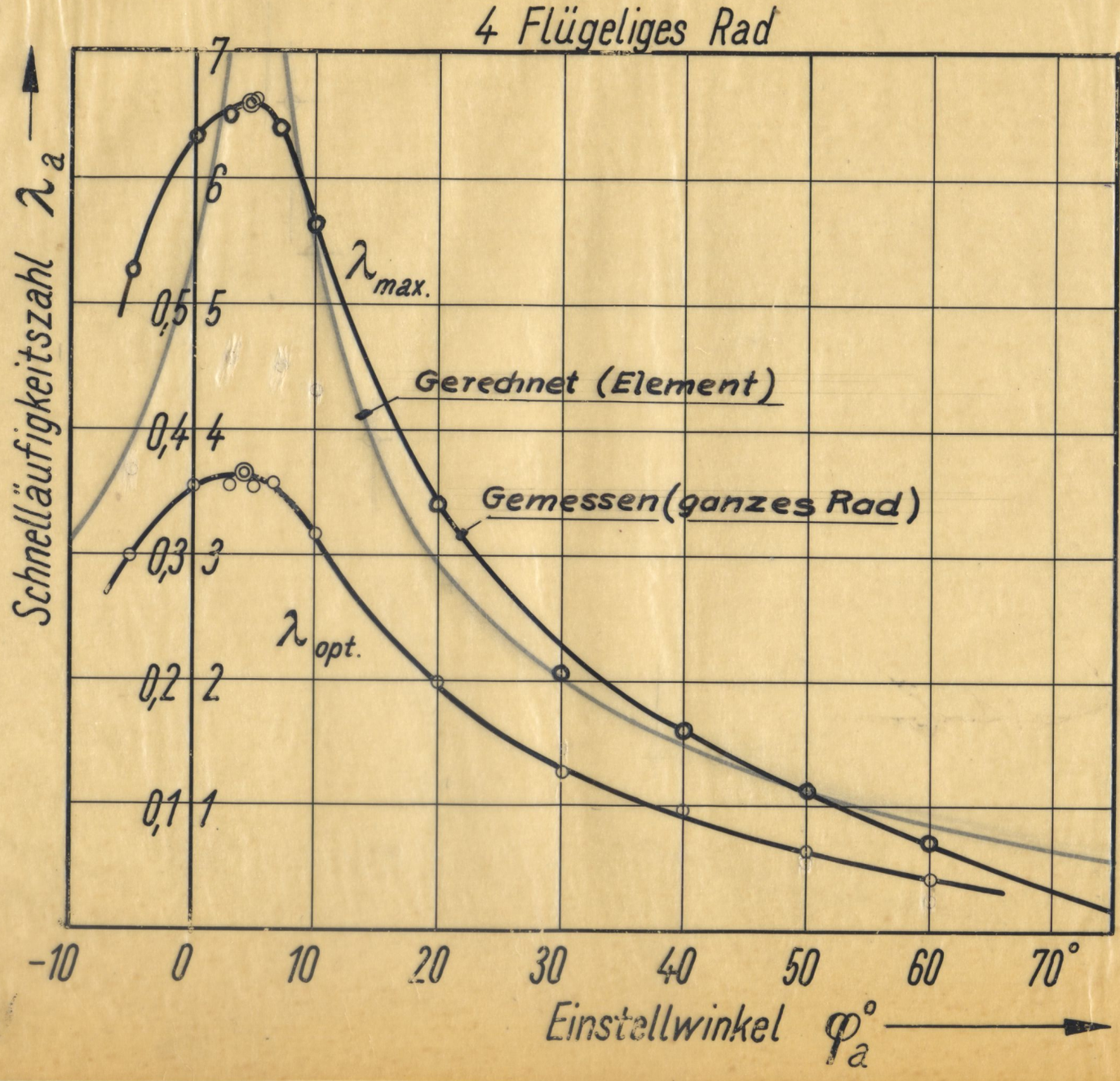


4 flügeliges Rad.

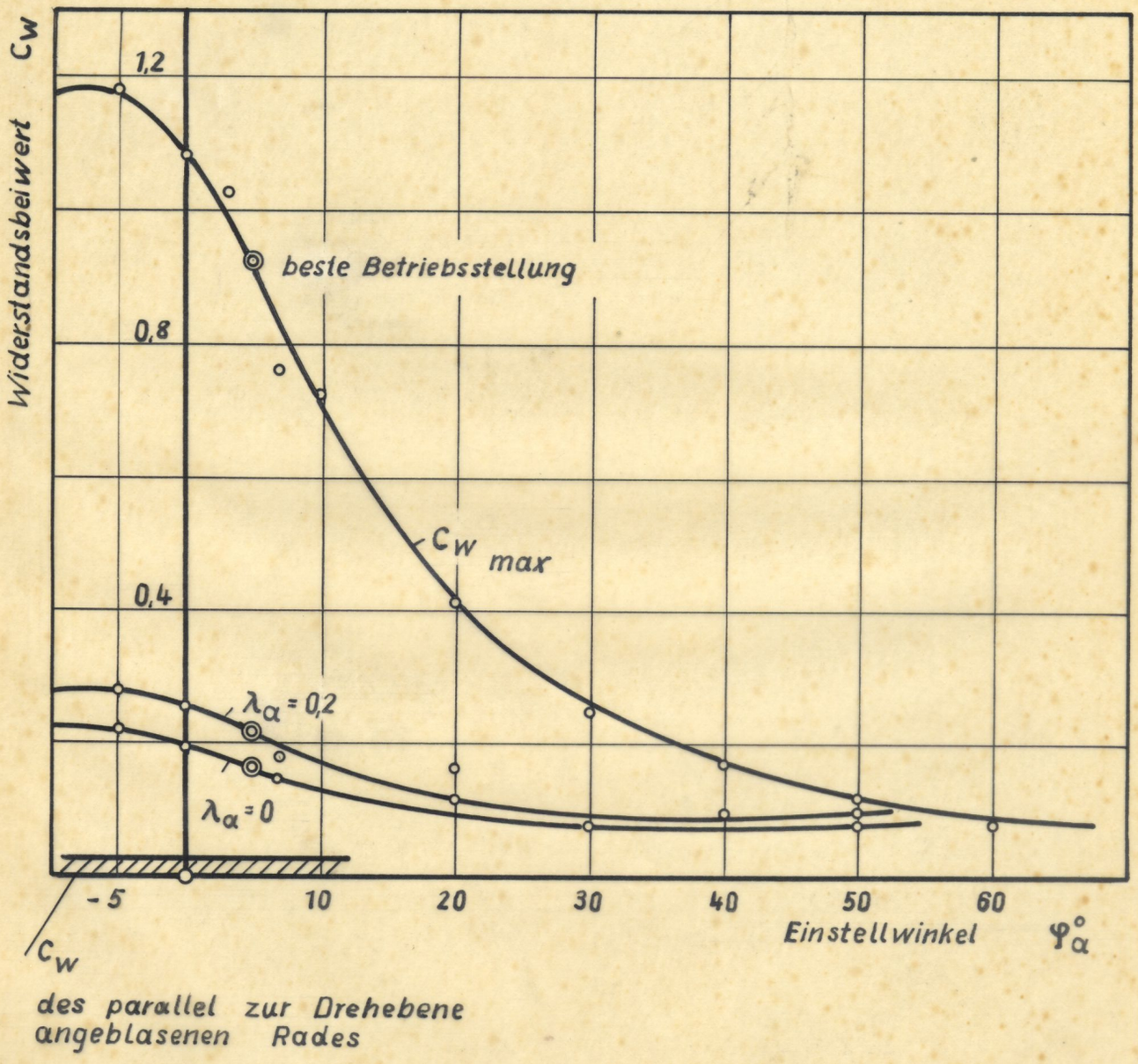


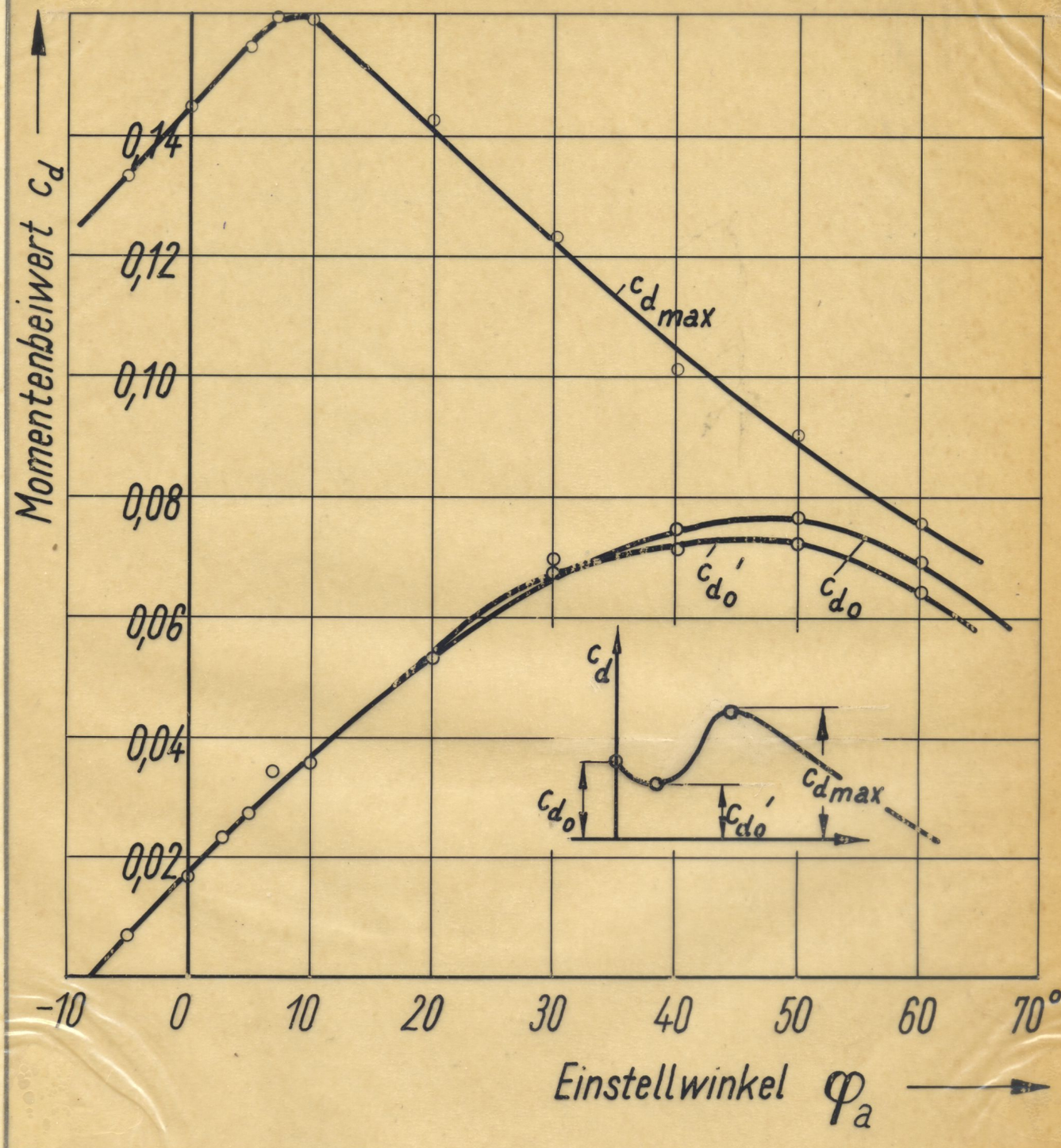
3 flügeliges Rad

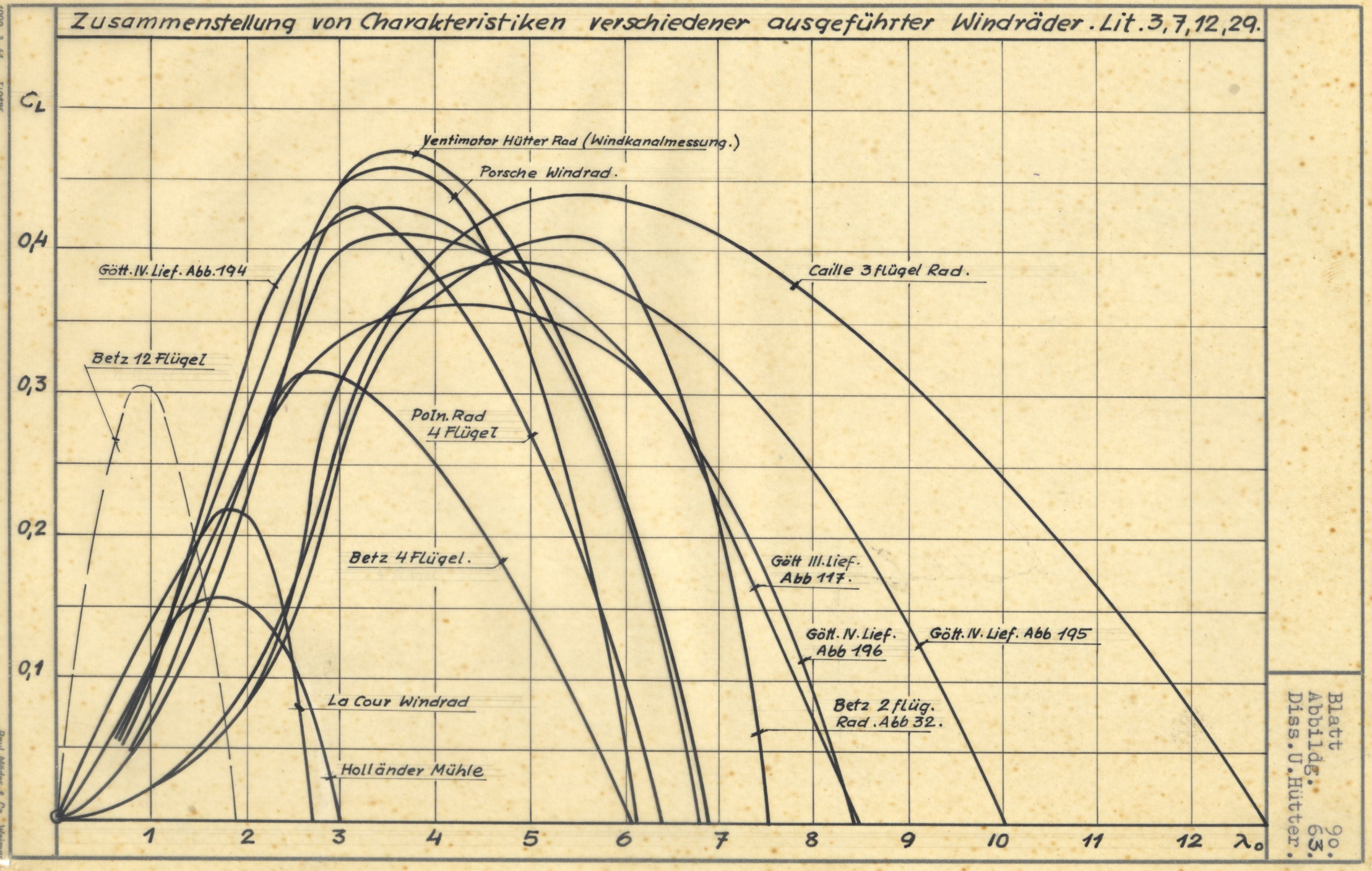
2 flügeliges Rad.



Blatt 87.
Abbildg. 60.
Diss. U. Hütter.


Widerstandsbeiwert c_w
1,2
0,8
0,4
beste Betriebsstellung
c_w max
$\lambda_\alpha = 0{,}2$
$\lambda_\alpha = 0$
-5
10
20
30
40
50
60
Einstellwinkel φ_α°
c_w
des parallel zur Drehebene angeblasenen Rades


Momentenbeiwert c_d
0,14
0,12
0,10
0,08
0,06
0,04
0,02
$c_{d\,max}$
c_{d_o}'
c_{d_o}
c_d
$c_{d\,max}$
c_{d_o}
c_{d_o}'
-10
0
10
20
30
40
50
60
70°
Einstellwinkel φ_a



Blatt 90.
Abbildg. 63.
Diss. U. Hütter.

8) Zusammenfassung.

Die Grösse der im Luftmeer vorhandenen Leistung wird aus der Strahlungsbilanz und der Geschwindigkeitsverteilung über der Höhe bestimmt. Es ergibt sich, dass auf der ganzen Welt ein Vielfaches der vermuteten Leistung aller Wasserkräfte an Windleistung vorhanden ist. Die Grösse der Leistung wird in Abhängigkeit von der Höhe, bis zu der die Energieentnahme mit Windkraftanlagen durchgeführt wird, und in Abhängigkeit von der Grösse des Raumes, der von diesen Anlagen beherrscht wird, wiedergegeben.

Ferner werden die wirtschaftlichsten Hauptabmessungen Turmhöhe und Raddurchmesser einer Windkraftanlage von gegebenem grundsätzlichem Aufbau durch Vergleich von deren tatsächlicher Leistung mit dem Aufwand für deren Herstellung ermittelt. Es zeigt sich, dass ziemlich unabhängig vom Aufstellungsort die günstigsten Abmessungen bei etwa 35 m Turmhöhe und 40 m Raddurchmesser liegen. Es wird begründet, warum gerade dieser Punkt des sehr flachen Optimums gewählt wird.

Aus Impuls- und Energiebetrachtungen werden die relativen und absoluten achsialen und Umfangsgeschwindigkeiten für das Blattelement eines Windrades bestimmt.
Die Grösse des Leistungsbeiwertes eines Radelementes wird ausgedrückt durch den reinen Achsial-Leistungsbeiwert

$$c_{La} = \lambda_0 \mu (\sigma - \lambda_0)$$

und den Profilwirkungsgrad

$$\eta_p = \frac{2\lambda_0 (E - \lambda_\infty)}{\mu (E\lambda_\infty + 1)}$$

$\mu = 1 + \xi$

$\xi = \frac{U_3}{U_0}$

$\sigma = \sqrt{1 - \xi^2 + \lambda_0^2}$

$\lambda_\infty = \frac{\lambda_0 + \sigma}{\mu}$

durch den die Reibung am Blattelement berücksichtigt wird.

$$c_{L\ ELEMENT} = c_{La} \cdot \eta_p$$

Ebenso werden der Widerstandsbeiwert $c_W = (1 - \xi^2)(1 + \frac{\lambda_\infty}{E})$

und der Momentenbeiwert $c_d = \frac{c_t}{\lambda_0}$
für das Radelement bestimmt.

Das Leistungsbeiwert-Schnelläufigkeitszahl-Diagramm wird durch graphische Lösung zweier Gleichungen mit den Veränderlichen λ_o ξ und c_a gefunden. Dabei wird der Auftriebsbeiwert c_a einerseits aus einer Impuls- und Energiebetrachtung, andererseits aus dem Anstieg des Beiwertes mit dem effektiven Anblasewinkel ermittelt.

$$c_a = 4\tau\mu \frac{\sqrt{(1-\xi)^2 + (\sigma-\lambda_o)^2}}{\mu^2 + (\sigma+\lambda_o)^2}$$

$$c_a = \frac{2\pi k_G \eta_d}{\sqrt{\mu^2 + (\sigma+\lambda_o)^2}} \cdot \left[\mu \cos\beta_o - (\sigma+\lambda_o)\sin\beta_o\right]$$

Die Grösse des Leistungsbeiwertes wird dann durch λ und ξ und dem aus dem c_a sich ergebenden E aus den für den Leistungsbeiwert des Elementes entwickelten Formeln berechnet.

Die Grösse des wirksamen Radius, also des Radius des Elementes, dessen λ/c_L -Diagramm für das ganze Rad Gültigkeit hat, wird aus der Achsialgeschwindigkeit im Abstrom ermittelt. Der Einfluss des tatsächlichen Winkelverlaufes über den Blattradius wird durch einen Faktor berücksichtigt, mit dem die Schnelläufigkeitszahl korrigiert wird. Durch Vergleich mit den Ergebnissen von Messungen im Windkanal und an einer Versuchsanlage wird die gute Übereinstimmung des vorausberechneten Diagrammes mit den Messungen gezeigt.

Der Übergang vom Blattelement zum ganzen Blatt wird angedeutet. Insbesondere wird gezeigt, wie aus der Forderung der Gleichheit der vom Blattelement aufgenommenen und der durch einen Ringsektor durchtretenden Energie der Grundumriss eines Blattes zustandekommt :

$$t_o = \frac{r \cdot \gamma}{c_a} \cdot 2{,}8284 \cdot \frac{\sigma - \lambda_o}{\sqrt{\mu + \lambda_o(\sigma+\lambda_o)}}$$

Der Einfluss der stetigen Wirbelablösung wird angedeutet. Insbesondere wird auf deren Einfluss auf den Leistungsbeiwert bei verschiedener Blattzahl hingewiesen und gezeigt, dass bei den in Frage kommenden Schnelläufigkeitszahlen die Blattzahl $z = 3$ einen Bestwert der Wirtschaftlichkeit ergibt.

Abschliessend werden die Überlegungen wiedergegeben, die zur Wahl der besonders für Windräder geeigneten Blattprofile führten. Insbesondere wird die Abhängigkeit der günstigsten Blattwölbung von der Reynouldszahl und von der Profildicke gezeigt, sowie nachgewiesen, dass zur Erzielung einer möglichst grossen Bauhöhe vorteilhafter ist, verdickte Profile zu verwenden, als grössere Blattiefen.

Weimar den 17. Mai 1942.

Ulrich Hütter.

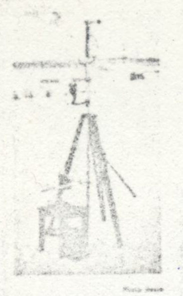


Abb. 64. Messung der Geschwindigkeitsverteilung zwischen 0,01 m und 2,00 m über dem Boden. Größe bzw. Anströmfläche. Auf d. Stativ Doppeldüse und Schalenkreuzanemometer. Rechts unten Prandtlrohr als Sonde. Auf dem Hocker Mikromanometer.

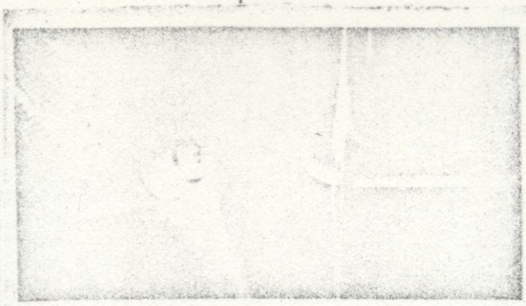


Abb. 66. Das Modellrad im Windkanal mit voller Drehzahl laufend. Man erkennt die Verspannung der Meßnabe und den kleinen Hebel (links) zur Abnahme des Drehmomentes. Die Meßnabe wurde von der Dr. ing. h. c. F. Porsche K. G. Stuttgart-Zuffenhausen entworfen gebaut und bei der Vermessung eigener Modelle erprobt.

Abb. 65. Das Modellrad (siehe Beilage [illegible]) im Windkanal des I. R. F. S. Stuttgart-[illegible] Auf der Verkleidung der Meßnabe und auf [illegible] schwarze Striche für die stroboskopische Drehzahlmessung. Ausführung der Blätter [illegible] Fäden beobachten.

Abb. 67. Windkanal der Ingenieurschule Weimar von der Ansaugseite her gesehen. (links) Theodolit zur Winkelmessung bei Schräganblaseversuchen. (rechts) Die beiden Mikromanometer für den Geschwindigkeitsvergleich. Drehzahlmessung stroboskopisch mit Glimmlampe, deren Frequenz über ein Umformeraggregat verändert werden konnte.

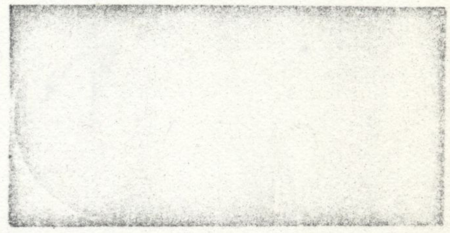


Abb. 68. Das Modellrad 400 mm ∅ (siehe Beilage 4) im Windkanal. [illegible] 600 mm ∅. Linkes Bild rechts oben Düse für Geschwindigkeitsvergleich. [illegible] Prandtlrohr als Sonde.

Abb. 69. Stahlrohrholm und Profile des Rades von 5,7 m ∅. Rippen 6 mm Kiefer, beiderseits 1 mm Sperrholz. Zusammenschluß Rohrholm-Holzholm mit Rohrnieten.

Abb. 70. Das Rad 5,7 m ∅ mit 2 Flügeln auf Turm I. Achshöhe 18 m über dem Boden. Auf den Auslegern Schalenkreuzanemometer mit elektrisch, automatischer Registrierung der Windgeschwindigkeit.

Abb. 71. Der gleichen Flügel an einem 3 flügeligen Rade [illegible]. Das Rad ist für 3 flügelige Ausführung [illegible] Schnellaufigkeitszahl [illegible] entsprechende Modellrad war [illegible] auf die vorhandene [illegible] Flügelzahl von 2 - 4 bei gleichem [illegible] werden. Siehe Abb. [illegible]

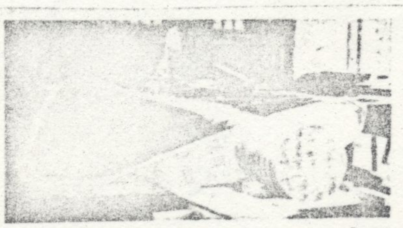


Abb. 72. Ein Blatt des 18 m ∅ Rades im Rohbau einseitig beplankt. Die Verbindung mit der Nabe erfolgte durch zweiteilige konische Büchsen mit 6 Bändern zur Aufnahme der axialen Beanspruchung.

Abb. 73. Nabe des 18 m ∅ Rades. Die [illegible] Verstellbar [illegible], daß die Blätter in jedem beliebigen Winkel [illegible] werden können. [illegible] aufgeschraubt. Die [illegible] durch die an [illegible] gleichzeitig [illegible]

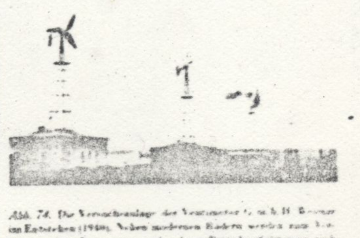
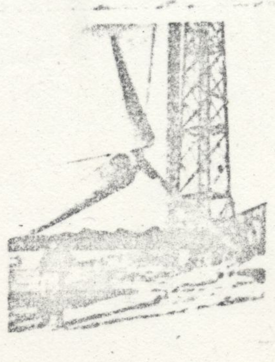
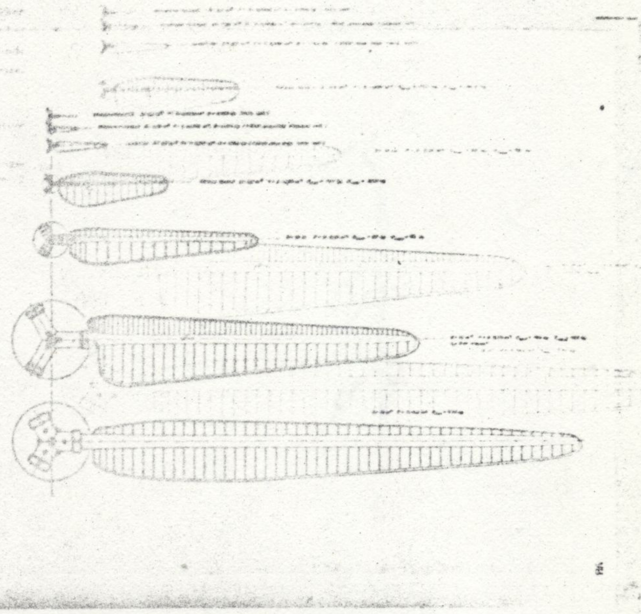


Abb. 74. Die Versuchsanlage der Ventimotor [illegible] im Entstehen (1940). Neben modernen Rädern werden zum Vergleich und zur Verwertung vorhandener Betriebserfahrungen auch handelsübliche Anlagen vermessen und erprobt.





Beilage 1. Übersicht über die bis Mai 1942 ausgeführten bezeihungsweise im Bau befindlichen Blätter in Holzbauweise.

Von oben nach unten:

Windkanalmodell für qualitative Untersuchungen.

Windkanalmodell für Leistungsmessungen (siehe Beilage 2 und 3).

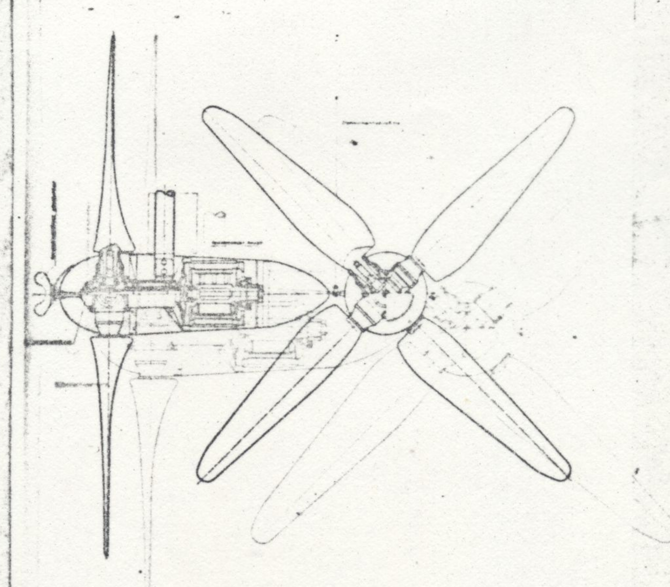
Flügel eines Kleinladers.

6,7 m ⌀ Versuchsrad.

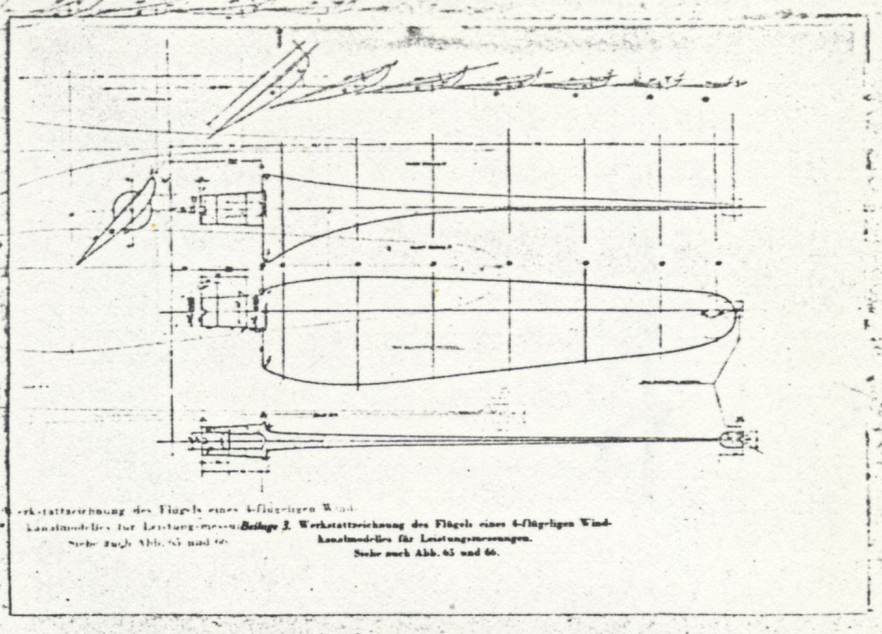
10 m ⌀ Versuchsrad.

18 m ⌀ Rad.

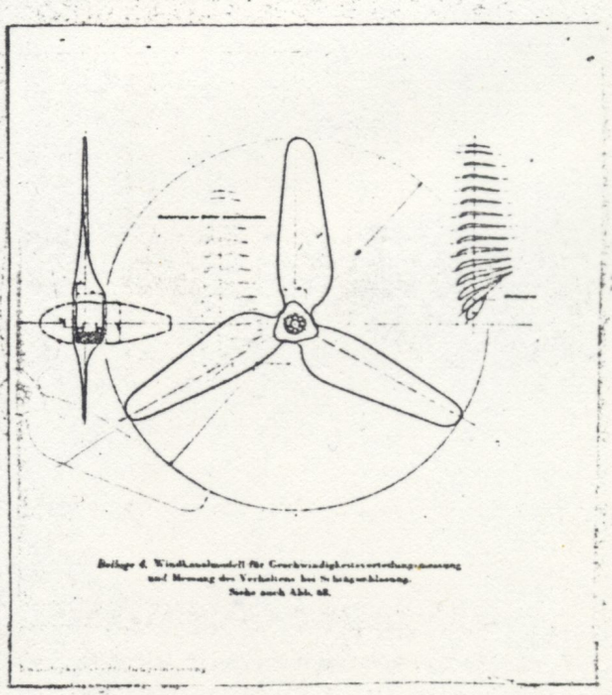
26 m ⌀ Rad.



Beilage 2. Aufbau der Meßnabe mit Wirbelstrombremse. Zeichnung der Blätter: Beilage 3. Siehe auch Abb. 65 und 66. Das Drehmoment wird von dem kugelgelagerten, stillstehenden Anker abgenommen und durch Wägung bestimmt. Mit Hilfe eines abnehmbaren Schlüssels kann der Einstellwinkel aller Blätter gemeinsam eingestellt werden. An einer Gradteilung auf der Kappe wird der Winkel abgelesen. Die Blätter werden mit Hilfe einer kleinen Reibungskupplung in ihrer Einstellung festgehalten. Entwurf, Ausführung und Erprobung der Nabe: Dr. ing. h.c. F. Porsche K.G. Stuttgart-Zuffenhausen. Veröffentlicht mit deren Genehmigung. Flügel Entwurf Hütter.



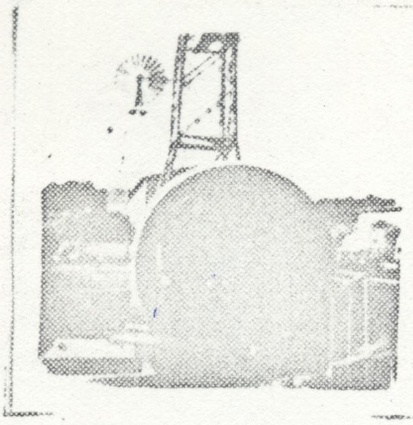
Beilage 3. Werkstattzeichnung des Flügels eines 4-flügligen Wind-kanalmodelles für Leistungsmessungen.
Siehe auch Abb. 65 und 66.

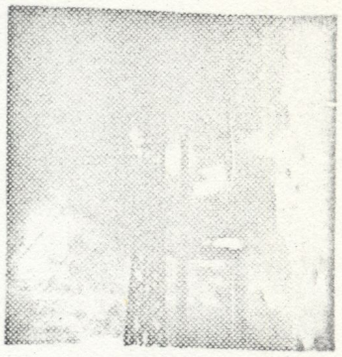


Beilage 4. Windkanalmodell für Geschwindigkeitsverteilungsmessung und Messung des Verhaltens bei Schraubenbelastung.
Siehe auch Abb. 68.

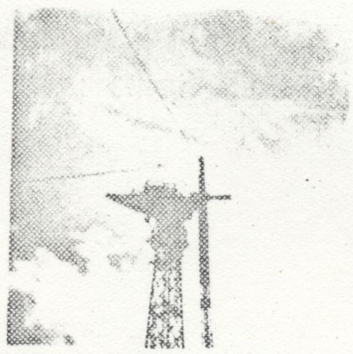
Abb 34

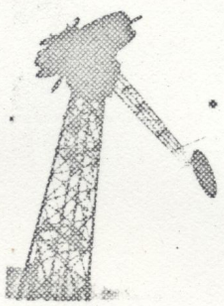
Bericht 5

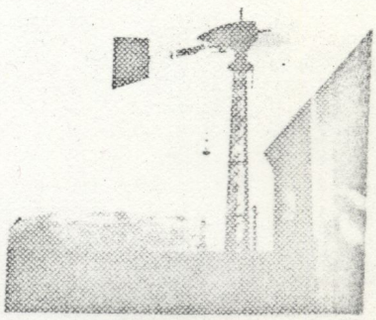




Montage des Turmkopfes der 18 m ϕ, 50 KW-Anlage. Die Verkeidung von Generator und Getriebe wird hochgehievt.





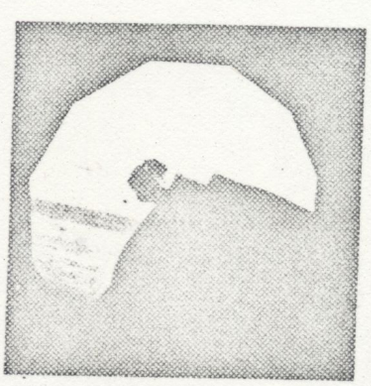


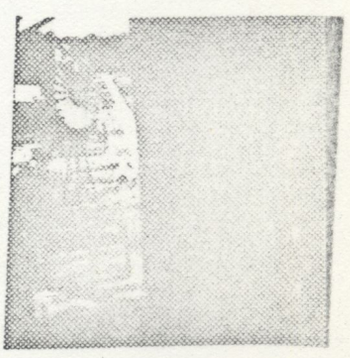
Montage der 50KW-Anlage.

Montagehilfsmast neben dem 35 m hohen Stahlrohrturm.

Die Haupt-Windfahne.

Die Seitenfahne.

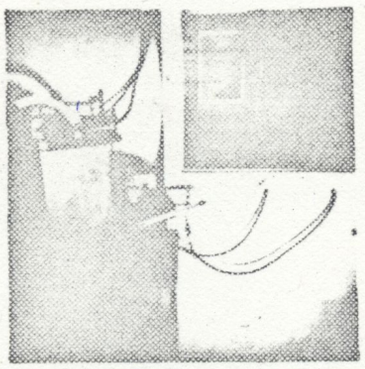




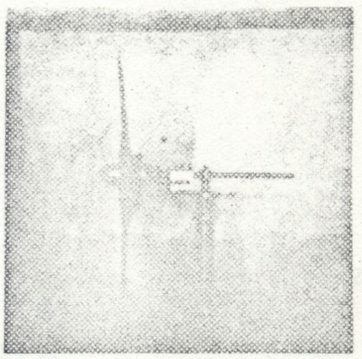
Das Getriebe wird auf die Turmkopfplattform gebracht.

Blick aus der Turmkopfverkleidung gegen den Radwellenstummel.

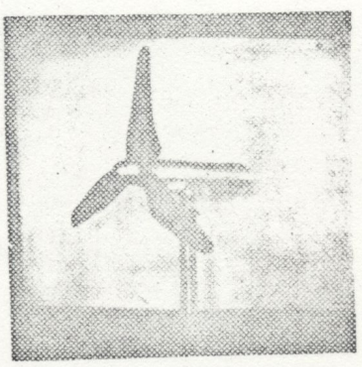
Blick von der Galerie Turmkopf. Das Bild teilweise von einem Flügelblatt verdeckt.



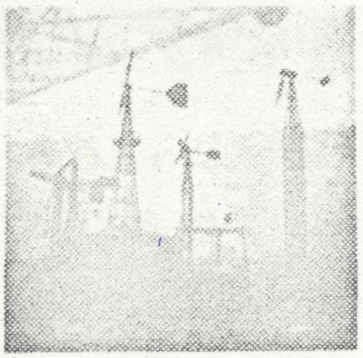
Versuche im Windkanal.
2 Mikromanometer zur Geschwindigkeits-Vergleichsmessung.



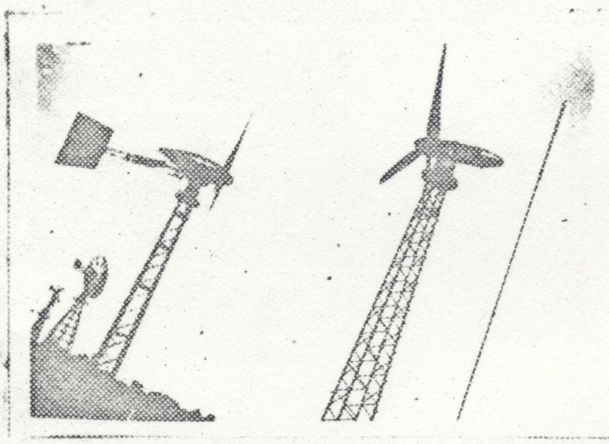
Versuche mit einer windfahnenlosen mechanischen Rückstelleinrichtung.



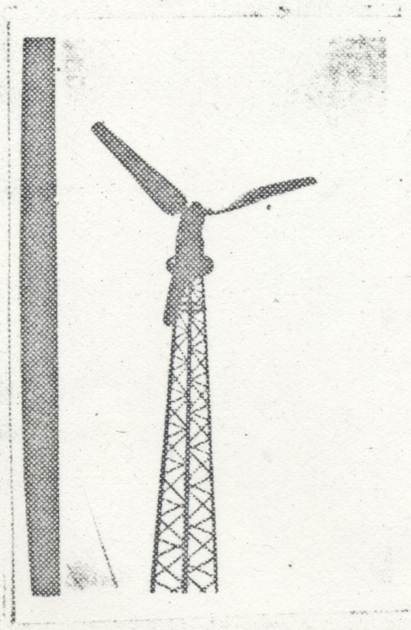
40 cm ϕ Modellwindrad im Windkanal auf Modellturm. Die mechanische Rückstelleinrichtung verkleidet.



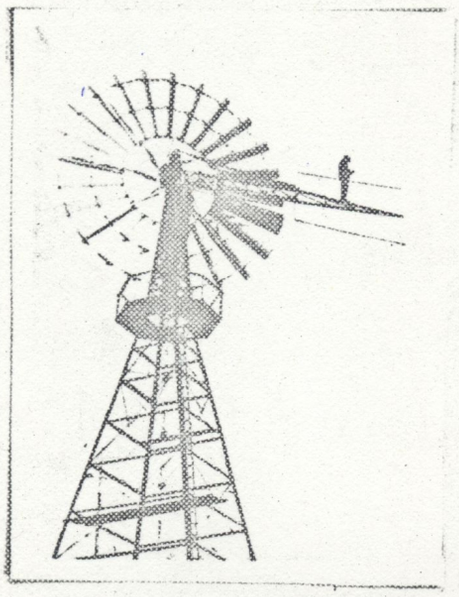
Blick auf die ganze Versuchsanlage, Stand 1942: Vorne 2 Kleinanlagen je etwa 300 Watt. Dann eine Köster Heide 7m ϕ, eine Stahlwind 7m ϕ und eine Hütter-Anlage 18m ϕ 50KW.

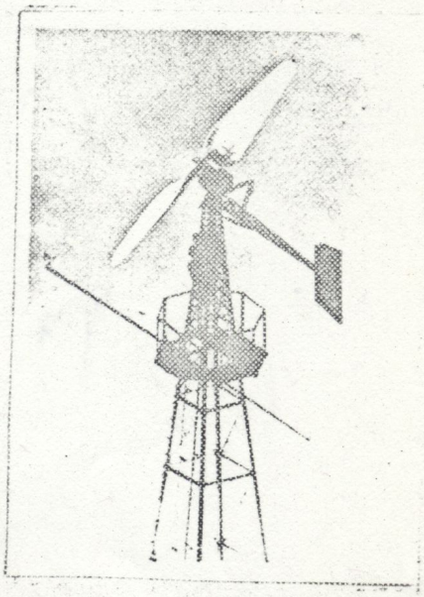


Blick auf die Anlage, Stand 1943. Vorne Windmessturm mit Schalenkreuzanemometer. Dann 10m ϕ 30 KW-Anlage. Weiter 18m ϕ 50KW-Anlage. Im Hintergrund Stahlwind und Köster Anlage.



Die 10m ϕ 30 KW-Anlage ohne Windfahne mit vollständig automatischer elektrischer Steuerung.





Vergleich der

7 m^4-Anlage
von Stahlwind – Dresden
mit der

5,8 m^4-Anlage
von Hütter. Dieser 2-Blatt-schnelläufer leistet bei 5-facher Drehzahl und kleinerem Durchmesser mehr, als die Stahlwindanlage.

Verwendete Formelzeichen.

Zeichen	Bezeichnung	Dimension	Formel.
	A.) Längen, Flächen.		
r	Radius des Radelementes	m	
r_a	Radius der Blattspitze	m	
$r_{wirksam}$	Radius des wirksamen Elementes	m	$= 0{,}72\, r_a$
D	Raddurchmesser	m	
H_T	Turmhöhe (Achshöhe)	m	
H_A	Anlagenhöhe	m	$H_T + r_a$
H_N	Nutzungshöhe	m	$H_N \geqq H_A$
F	Radkreisfläche	m^2	$\frac{\pi}{4} D^2$
	B.) Kräfte, Momente, Massen .		
dA	Auftriebskraft am Blattelement	kg	
R	Resultierende Luftkraft.	kg	$R = \sqrt{A^2+W^2}$
W	Widerstand am Blattelement	kg	
S	Achsialschub des Rades	kg	
dT	Tangentialkraft am Blattelement	kg	
dM	Drehmoment des Elementes	mkg	$r.dT$
$\dot{m}$	Masse in der Zeiteinheit	$mkgsec^{-1}$	
	C.) Leistungen		
L_o	Leistung der gesamten Strahlung	KW	
L_A	Gesamtleistungsinhalt der Atmosph.	KW	
L'_A	Leistungsinhalt der Luftbewegung	KW	
L_m	Mittlere Anlagenleistung	KW	
L_{th}	Theoretische Radleistung	$mkgsec^{-1}$	
L_{ideal}	Radleistung bei Reibungsfreiheit	$mkgsec^{-1}$	
L_γ	Leistung des Elementes eines Blattes	$mkgsec^{-1}$	
l_H	Leistung pro Flächeneinheit	$mkgsec^{-1}m^{-2}$	
	D.) Geschwindigkeiten		
v_o	Windgeschwindigkeit, Achsialgeschwind. weit vor dem Rade.	$msec^{-1}$	
v_∞	Achsialgeschwind. in Radebene	$msec^{-1}$	
v_3	Achsialgeschwind. weit hinter dem Rade	$msec^{-1}$	

Zeichen	Bezeichnung	Dimension	Formel.
v_H	Windgeschwind. in der Höhe H.	$msec^{-1}$	$v_{H1} \cdot H^{\frac{k_H}{3}}$
v_h	Windgeschwind. bei der Häufigkeit h.	$msec^{-1}$	
u	Umfangsgeschwindigkeiten. Indizes wie für v. o, ∞, 3.	$msec^{-1}$	
w	Relativgeschwind. zwischen Luft und Blattelement.	$msec^{-1}$	
v^*	Absolutgeschwindigkeit im Abstrom	$msec^{-1}$	
Δv	Geschwind. änderung achsial,	$msec^{-1}$	
Δu	in Umfangsrichtung und	$msec^{-1}$	
$\Delta w_\perp$	relativ zum Blatt.	$msec^{-1}$	
ω	Winkelgeschwindigkeit des Rades.	sec^{-1}	
	E.) Kosten		
k_R	Kosten (Herstellungsaufwand) des Rades	RM	
k_{GG}	von Generator, Getriebe u,s.w.	RM	
k_T	des Turmes	RM	
k_M	der Montage	RM	
k_A	der ganzen Anlage.	RM	
w	Wirtschaftlichkeitswert der Anlage.	$PfgKWh^{-1}$	
	F.) Aerodynamische Größen.		
c_a	Auftriebsbeiwert	1	
c_w	Widerstandsbeiwert	1	
ε	Gleitwinkel	1	
E	Gleitzahl	1	
p_{ca}	Abreißfaktor	1	
	c_aAnstieg Abminderungsfaktor	1	
k_G	Gitterkonstante	1	
Re	Reynouldszahl	1	
q	Staudruck	kgm^{-2}	
	Luftdichte in der Höhe H	$kgsecm^{-4}$	
	G.) Verhältniszahlen, Faktoren Wirkungsgrade, winkel.		
λ_o	Absolute Schnelläufigkeitszahl	1	$\frac{u_o}{v_o}$
λ_∞	Schnelläufigk.zahl in Radebene	1	

Zeichen	Bezeichnung	Dimension	Formel.
c_l	Leistungsbeiwert	1	
c_{la}	Achsialleistungsbeiwert	1	
η_p	Profilwirkungsgrad	1	
c_d	Momentenbeiwert	1	
ξ	Geschwindigkeitsverhältnis	1	$\frac{v_3}{v_0}$
μ	Abkürzung	1	$1+\xi$
k	Abkürzung	1	$1-\xi^2$
τ	Gitterteilung	m	$\frac{2r\pi}{z}$
z	Blattzahl	1	
p_λ	Schnelläufigkeitskorrekturfaktor	1	
Θ	Blattiefenfunktion	1	
k_s	Raumfaktor	1	
h_r	relative Windhäufigkeit	msec	
h_a	absolute Windhäufigkeit	1	
h_v	Abs. Häufigkeitswert bei $v_o = v$	1	
k_H	Geschwind.zunahme Exponent	1	
α_∞	Blattanstellwinkel	1	
φ_∞	Winkel zwischen Radebene und dem Vektor der Relativgeschwindigkeit w.	1	
$\Delta\beta$	Einstellwinkel .	1	
σ	Abkürzung	1	
β_o	Winkel zwischen Nullanströmrichtung und Radebene .	1	

Windkraftwerke, Luftschrauben.

1	Prof.Föttinger T.H. Berlin	Vortrag über Windkraftanlagen Lehrstuhl Prof.Föttinger T.H.Berlin am 16.-17.Januar 1941.
2	Dr.Walther Schieber	Energiequelle Windkraft Fackelträger-Verlag Berlin NW 4o (1941)
3	Dipl.-Ing. Dr.A.Betz	Wind-Energie Vandenhoeck & Rupprecht 1926
4	Ludwig Hammel	Die Ausnutzung der Windkräfte Verlag Paul Parey Berlin 1924 Seite 6, 73, 61, 72.
5	Hermann Honeff	Windkraftwerke Friedr.Vieweg & Sohn A.G. Braunschweig 1932
6	W.Conrad	Flügel schnellaufender Windkraftmaschinen. Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens Band 8, Heft 1, Seite 2.
7	Dipl.-Ing. Ch.Caille, Zürich	Untersuchungen am Modell eines Windkraftwerkes Archiv für Wärmewirtschaft Bd. 21 Heft 1, Januar 194o.
8	Dr.-Ing. Fritz Weinig	Die Strömung um die Schaufeln von Turbomaschinen Verlag Ambrosius Barth Leipzig 1935
9	Dr.-Ing. Fritz Weinig	Aerodynamik der Luftschraube Verlag J.Springer Berlin 194o
10	K.Bilau	Die Windkraft in Theorie und Praxis Berlin 1927
11	Th. Sauer	Windkraftwerke in Rußland VDI-Zeitschrift No.32 August 1937 Seite 947.

12 Prof.Inz.J.Szowheniw — Silniki Wietrzne
Sklad Plowny W.Ksiegarni Technicznej
Przegladu Technicznego
Warschau 1932 Seite 42

13 Dipl.-Ing. Ulrich Hütter — Entwicklung von Windrädern hoher Leistung
Bericht No.4 Ausnutzung der Windkraft
Ventimotor G.m.b.H. Weimar 1941
Eigenverlag.

14 Bienen u. Karmann — Zur Theorie der Luftschrauben.
VDI Zeitschrift Bd. 68. No 48
Seite 1237. 1924.

L u f t b e w e g u n g .

15 Prof.Dr.R.Süring — Lehrbuch der Meteorologie
1.Lieferung Seite 35-76
7.Lieferung Seite 578-670

16 K.Keil — Die Höhenwindverhältnisse über Deutschland während des Polarjahres
Meteorologische Zeitschrift
Verlag Friedr.Vieweg & Sohn,Braunschweig
1937, Band 54, Heft 12, Seite 479

17 G.Hoffmann — Höhenwindschätzung während des Wetterfluges als Ergänzung der Pilotballonbeobachtungen.
Meteorologische Zeitschrift
Verlag Friedr.Vieweg & Sohn,Braunschweig
1939, Band 56, Heft 1 Seite 44

18 1924 Seite 1237

19 Dr.Walther Georgii — Flugmeteorologie
Seite 73 bis 113 und 183 bis 232
Akad.Verlagsgesellschaft m.b.H.
Leipzig 1937

20 Dr.Rudolf Lütgens — Allgemeine Wirtschaftsgeographie
Seite 136
Ferdinand Hirt Verlag, Breslau 1928

R a d p r o f i l e .

21	National Advisory Committee for Aeronautics	NACA Report No.586 "Airfoil Sections Charakteristiks as affected by variations of Reynolds-number" Longley Field 1937
22	National Advisory Committee for Aeronautics	NACA Report No. 628 "Aerodynamic charakteristics of a large number of airfoils tested in the variable Density Wind Tunnel"
23	National Advisory Committee for Aeronautics	NACA Report No.46o "The charakteristics of 78 related airfoil sections from tests in the variable Density Wind Tunnel
24	National Advisory Committee for Aeronautics	Tests of related forward camber airfoils in the variable Density Wind Tunnel NACA Report No. 61o
25	Günther Bock	Wege zur Leistungssteigerung im Flugzeugbau Luftwissen Band 4 (1937) No.4 Seite 11o
26	Dr.F.Riegels Göttingen	Neuere Untersuchungen über Profil-eigenschaften Luftwissen Band 6 (1939) No.12 Seite 299/314
27	Oskar Ursinus	Profilsammlung No.15-19 Flugsport 1937/1938
28	Prof.L.Prandtl und Prof.A.Betz	Untersuchung einer Reihe von Joukovsky Profilen
29	R.Seifert.	Untersuchungen an Windrädern Ergebnisse der Aerodyn.Versuchsanstalt Göttingen 1935 III. und IV.Lieferung Verlag R.Oldenbourg München und Berlin